



Université de Mohamed BOUDIAF M'sila
Faculté des sciences économiques, commerciales
et science de gestion
Vice-doyen en charge de la post-Graduation et de la
Recherche Scientifique et des Relations Extérieures

جامعة محمد بوضياف - المسيلة -

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

نيابة العمادة لما بعد التدرج والبحث العلمي والعلاقات الخارجية

17 جوان 2021

المسيلة في:

الرقم: 2021/221

مستخرج فردي من محضر المجلس العلمي

بناء على اجتماع المجلس العلمي للكلية المنعقد يوم الأربعاء الموافق لـ 2021/05/19 على الساعة التاسعة صباحا
بقاعة الاجتماعات بالكلية

وبناء على تقارير الخبراء الإيجابية للسادة الأساتذة :

- د . صلاح محمد-جامعة تيسمسيلت

- د .مصطفى الطيب جامعة محمد بوضياف -المسيلة

- د . طلال زغبة جامعة محمد بوضياف -المسيلة

تم اعتماد المطبوعة العائدة للأستاذ(ة) : مصطفى قريد

الموسومة بـ " محاضرات في الاقتصاد الجزئي 2" بعدد 127 صفحة

رئيس المجلس العلمي

أ.د شريط صالح الدين





وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة محمد بوضياف - المسيلة



كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم التجارية

مطبوعة بعنوان:

محاضرات في الاقتصاد الجزئي 02

مقدمة لطلبة السنة الأولى جذع مشترك LMD

علوم تجارية، علوم اقتصادية، علوم المالية والمحاسبة، علوم التسيير

من إعداد: الدكتور مصطفى قويد

السنة الجامعية 2021/2020

تقديم

اعتمد التحليل في هذه المطبوعة التي تغطي الجزء الثاني من برنامج الاقتصاد الجزئي المعتمد من طرف وزارة التعليم العالي والبحث العلمي على الشرح النظري المستفيض والمدمج باستخدام الأدوات الرياضية والأشكال البيانية التي تجعل الفهم راسخ وعميق، فضلا على انه يفصل في الكثير من النقاشات العقيمة والتي تستهلك جزءا معتبرا من الوقت، وانتهى كل فصل من فصولها بمجموعة من التمارين مع حلولها النموذجية ليجد الطالب لنفسه متفهما فيها في اختبار مدى فهمه للأجزاء النظرية.

احتوت هذه المطبوعة البيداغوجية والتي سنضعها بين أيدي طلبة السنة الأولى جذع مشترك علوم اقتصادية وتجارية وعلوم التسيير، وكذلك الطلبة المتخرجين المقبلين على امتحانات الدكتوراه فضلا عن القراء على أربعة فصول كالتالي:

-افرد الفصل الأول منها لتحليل سلوك المنتج الهادف إلى تعظيم إنتاجه بعيدا عن أي شكل من أشكال السوق، بحيث تناولنا فيه سلوك المنتج في المدى الطويل في البداية ثم التكاليف ثانيا.

-تطرقنا في الفصل الثاني منها لسوق المنافسة التامة وكيف أن المنتج فيه يعظم أرباحه، وبالتالي يحقق توازنه سواء في الأجل القصير أو الطويل.

-تناول الفصل الثالث منها دراسة وتحليل سلوك المنتج المحتكر احتكارا مطلقا.

-خصص الفصل الأخير منها لدراسة سلوك الوحدات الاقتصادية في سوقي احتكار القلة والمنافسة الاحتكارية من خلال تعرضنا لمختلف نماذجهم.

فهرس المحتويات

فهرس المحتويات

الفصل الأول: الإنتاج في المدى الطويل والتكاليف.....	ص2
أولاً: تحليل دوال الإنتاج في المدى الطويل.....	ص2
1-منحنى الناتج المتساوي.....	ص2
2-المعدل الحدي للإحلال التقني.....	ص3
3-مرحلة الكفاءة الاقتصادية في المدى الطويل.....	ص4
4-مرونة الإحلال.....	ص6
5-قانون غلة الحجم.....	ص7
6-تجانس دالة الإنتاج.....	ص9
ثانياً- توازن المؤسسة.....	ص9
1-خط ميزانية الإنتاج.....	ص10
2-نقطة التوازن.....	ص10
3-المسار الأمثل للتطور وتجانس دالة الإنتاج.....	ص14
ثالثاً- نظرية التكاليف.....	ص14
1- التكاليف في المدى القصير.....	ص15
2-منحنيات معدل التكاليف في الأجل القصير.....	ص16
3-العلاقة بين أصناف التكاليف.....	ص19
4- التكاليف في المدى الطويل.....	ص22
سلسلة تمارين محلولة.....	ص26
الفصل الثاني: سوق المنافسة التامة.....	ص34
أولاً- مفهوم المنافسة الكاملة.....	ص34
ثانياً- التوازن في المدى القصير.....	ص36

1-توازن المؤسسة-المتنافس.....	ص36
2- منحني عرض المتنافس.....	ص42
3-منحني عرض السوق.....	ص44
4-مرونة العرض وفائض المنتج.....	ص46
5-توازن السوق في المدى القصير.....	ص52
ثالثا-توازن السوق والمؤسسة في المدى الطويل.....	ص52
رابعا-اثر التغير في بنود تكاليف الإنتاج على التوازن.....	ص55
1-اثر ارتفاع التكاليف الثابتة.....	ص55
2-اثر الزيادة في التكاليف المتغيرة.....	ص58
3-اثر الضرائب على التوازن.....	ص60
4-تأثير الضريبة الوحشية.....	ص61
5-اثر الضريبة في الأجل القصير.....	ص62
6-اثر الضريبة في المدى الطويل.....	ص62
سلسلة تمارين محلولة.....	ص64
الفصل الثالث: الاحتكار التام.....	ص73
أولا-تعريف الاحتكار المطلق.....	ص73
ثانيا-العلاقة بين الإيراد الكلي والحدي ومرونة الطلب.....	ص73
ثالثا-توازن المؤسسة المحتكرة في الأجل القصير.....	ص74
1-مدخل الإجماليات.....	ص74
2-مدخل الحدية.....	ص76
رابعا-توازن المحتكر في المدى الطويل.....	ص80
خامسا-اثر التغير في الطلب والتكاليف على توازن المؤسسة المحتكرة.....	ص83
1-اثر التغير في الطلب على توازن المحتكر.....	ص83
2-اثر التغير في التكاليف.....	ص85
سادسا-التمييز الاحتكاري.....	ص89
سابعا-الإنتاج بأكثر من مصنع واحد.....	ص92
سلسلة تمارين محلولة.....	ص94
الفصل الرابع: المنافسة الاحتكارية واحتكار القلة.....	ص103
أولا: سوق المنافسة الاحتكارية.....	ص103

1- مفهوم سوق المنافسة الاحتكارية وخصائصها.....	103
2- منحني الطلب الموجه للمؤسسة في ظل المنافسة الاحتكارية.....	104
3- توازن المؤسسة في المدى القصير والطويل.....	105
ثانيا: سوق احتكار القلة.....	108
1- احتكار القلة بدون تواطؤ.....	109
2- احتكار القلة بالتواطؤ.....	114
سلسلة تمارين محلولة.....	123
المراجع المعتمدة.....	128

الفصل الأول

الإنتاج في المدى الطويل والتكاليف

الفصل الأول: الإنتاج في المدى الطويل والتكاليف.

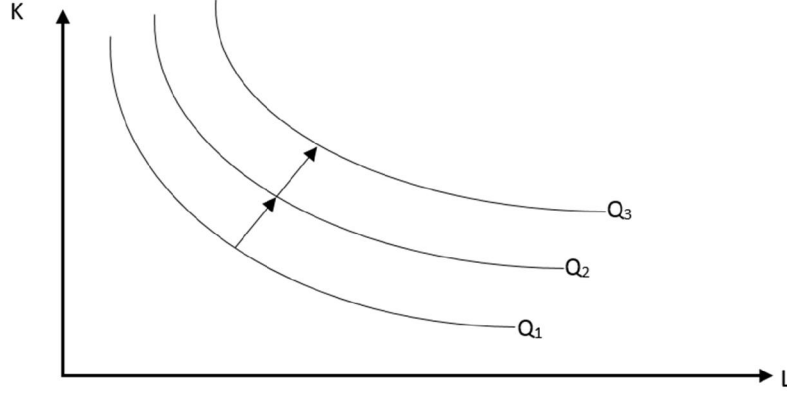
يعرف الإنتاج بأنه عملية خلق للسلع والخدمات من خلال مزج مجموعة من العوامل تسمى عوامل الإنتاج منها: الأرض T ، العمل L ، رأس المال K وكذلك العقارات والمادة الأولية R ، لهذا جاءت نظرية الإنتاج لدراسة السلوك الاقتصادي للمنتج على اعتبار انه من يقوم بالعملية، وقد جرت العادة في مقياس الاقتصاد الجزئي على تقسيم الدراسة لجزئين: احدهما خاص بالمدى القصير يتم تناوله في السداسي الأول، وجزء خاص بالمدى الطويل يتم تناوله في السداسي الثاني والذي هو محور اهتمامنا في هذه المطبوعة.

أولاً-تحليل دوال الإنتاج في المدى الطويل: على عكس الفترة القصيرة والتي يتغير الإنتاج بموجبها نتيجة تغير اليد العاملة فقط مع استخدام نسب ثابتة من العوامل الاخرى، تصبح في المدى الطويل كل عناصر الإنتاج متغيرة، وهذا ما يعني توفر القدرة للمنتج على تغيير كل عناصر الإنتاج، بمعنى أن الإنتاج في الأجل الطويل لا يتأثر فقط بعنصر العمل، وإنما يفترض كذلك أن رأس المال هو الآخر متغير، لهذا يمكن التعبير عن العلاقة الدالية التي تربط الإنتاج بعناصره في هذه الحالة بالشكل الرياضي التالي:

$$Q = f(L, K)$$

1-منحنى الناتج المتساوي: يشبه إلى حد كبير منحنى السواء، ويمثل التعبير البياني عن دالة الإنتاج التي تحتوي على عنصري إنتاج متغيرين، ويتشكل هذا المنحنى من التراكيب المختلفة من رأس المال K والعمل L والتي تتصف بخاصية توليد نفس حجم الناتج، فالتوليفات المختلفة لعاملين من عوامل الإنتاج والتي بمقتضاها يمكن إنتاج كمية معينة من المنتج يمكن توضيحها بيانياً، من خلال وضع اليد العاملة على محور السينات-الأفقي- ورأس المال على محور العيّنات-الرأسي-، فإذا وصلنا جميع النقاط التي تمثل الكميات المستخدمة من العنصرين والتي تعطي نفس حجم الإنتاج، فإننا نتحصل على ما يسمى بمنحنى الناتج المتساوي، كما يظهر في الشكل الموالي، مع العلم أنها تتصف بنفس الخواص الهندسية التي تتسم بها منحنيات السواء مع اختلاف في المعنى الاقتصادي كما يلي:

- محدبة بالنسبة لنقطة المبدأ، لأنها تعكس ميزة الإحلال بين عاملي الإنتاج.
- ذات ميل سالب يسمى المعدل الحدي للإحلال التقني.
- منحنيات السواء لا تتقاطع، لأنه لا يمكن الحصول على مستويين من الإنتاج بنفس التوليفة.
- تعطي مستوى إنتاج أعلى كلما ابتعدت على نقطة المبدأ.



2- المعدل الحدي للإحلال التقني: هو أحد المقاييس المستخدمة لقياس عملية الإحلال بين اليد العاملة ورأس المال على طول منحنى السواء، وهو يشير إلى عدد الوحدات التي يستعد المنتج التنازل عنها من K مقابل الحصول على وحدة واحدة من L بشرط بقاء حجم الإنتاج ثابت، ويرمز له عادة بالرمز $TMST_{(L,K)}$ ، ويعطى في حالة البيانات المتقطعة بالعلاقة الرياضية التالية:

$$TMST_{(L,K)} = \frac{-\Delta K}{\Delta L}$$

أما إذا كانت دالة الإنتاج مستمرة فإنه يعطى بالعلاقة التالية:

$$TMST_{(L,K)} = \lim_{\Delta L \rightarrow 0} \frac{dK}{dL} = -\frac{dK}{dL}$$

ويمكن حسابه بطريقة أخرى في حالة دالة الإنتاج المستمرة كالتالي:

$$Q = f(L, K) \Rightarrow \Delta Q = \frac{\Delta Q}{\Delta K} \cdot \Delta K + \frac{\Delta Q}{\Delta L} \cdot \Delta L$$

ولأنه على طول منحنى السواء كمية الإنتاج ثابتة، أي $\Delta Q = 0$ نجد:

$$\Delta Q = 0 \Rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta K} \cdot \Delta K + \frac{\Delta Q}{\Delta L} \cdot \Delta L = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{dK}{dL} = \frac{\Delta Q / \Delta L}{\Delta Q / \Delta K} = \frac{PML}{PMK}$$

مثال: تمثل العلاقة التالية دالة إنتاج لأحد المؤسسات:

$$Q = K^{0.7} \cdot L^{0.3}$$

1- حدد الصيغة الرياضية للمعدل الحدي للإحلال التقني .

2- حدد قيمته عندما $Q = 2$ و $L = 2$ ؟

الحل:

1- تحديد الصيغة الرياضية للمعدل الحدي للإحلال التقني:

$$TMST_{(L,K)} = \frac{PML}{PMK} = \frac{0.3K^{0.7}L^{-0.7}}{0.7K^{-0.3}L^{0.3}} = \frac{3K}{7L}$$

2- قيمة الميل لما $Q = 2$ و $L = 2$:

$$Q_3 = 2 \Rightarrow L^{0.3} \cdot K^{0.7} = 2 \Rightarrow K^{0.7} = \left(\frac{2}{L^{0.3}} \right) \Rightarrow K = 2^{\frac{1}{0.7}} * L^{-\frac{0.3}{0.7}} \Rightarrow K = 2.7L^{-0.43}$$

$$TMST_{(L,K)} = -\frac{\Delta K}{\Delta L} = 1.157L^{-1.43}$$

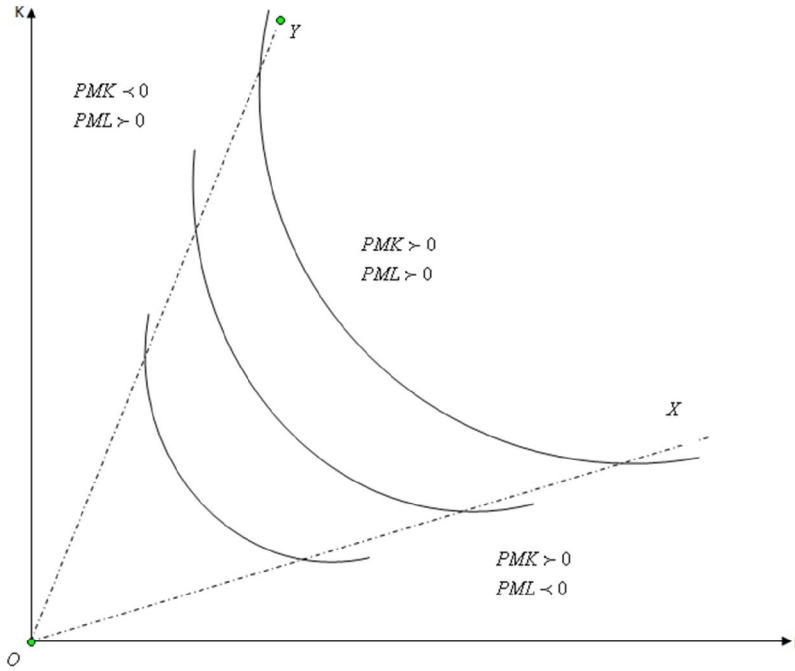
$$L = 2 \Rightarrow TMST_{(L,K)} = 1.157(2)^{-1.43} = 0.43$$

وهو ما يعني انه إذا كان يتم استخدام وحدتين من عنصر العمل للحصول على وحدتين من الناتج، فإن يمكن التنازل عن 0.43 وحدة من عنصر رأس المال مقابل استخدام وحدة واحدة من عنصر اليد العاملة، مع الاحتفاظ بنفس المستوى من الإنتاج.

3- مرحلة الكفاءة الاقتصادية في المدى الطويل: تتحدد الطرق الممكنة للإنتاج-المقبولة اقتصاديا تحت

فرض رشادة المنتج- بأنها تتضمن مختلف التوليفات من عاملي الإنتاج L, K والتي تنتمي للمجال أين يمكن القيام بعملية الإحلال بين عاملي الإنتاج، ذلك انه خارج هذه المنطقة - المحددة في الشكل بالمنحنيين $(ox), (oy)$ - سيكون المقدار $TMST = \frac{PML}{PMK} = -\frac{dK}{dL}$ سالبا مما يشير إلى سلبية إحدى الإنتاجيات الحدية، أما

داخلها فسيكون موجبا للدلالة على ايجابية كل من الإنتاجية الحدية لرأس المال والعمل كلاهما، كما يظهره الشكل الموالي.



المصدر: دومنيك سلفا تور، نظرية اقتصاديات الوحدة-نظريات وأسئلة-، ترجمة سعد الدين محمد الشيال ونزيه احمد ضيف، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 1994، ص 143.

مثال: لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية:

$$Q = \frac{aK^2L - bK^3}{cL^2}$$

حيث a, b, c ثوابت موجبة.

1- اوجد دالة الناتج الحدي للعمل ولرأس المال؟

2- حدد المنطقة الفعالة للإنتاج؟

3- اوجد معادلة خطي الحدود لهذه المنطقة الفعالة من اجل $a = b = c = 1$ ؟

الحل:

1- دالة الناتج الحدي للعمل ولرأس المال.

$$PMK = \frac{\Delta Q}{\Delta K} = \frac{2aKL - 3bK^2}{cL^2}$$

$$PML = \frac{aK^2 \cdot cL^2 - 2cL(aK^2L - bK^3)}{c^2 \cdot L^4} = \frac{cLK^2(2bK - aL)}{c^2 \cdot L^4}$$

2- تحديد المنطقة الفعالة للإنتاج: نتحدد هذه المنطقة لما: $PMK > 0 \wedge PML > 0$ ، أي لما:

$$PMK > 0 \Rightarrow \frac{2aKL - 3bK^2}{cL^2} > 0 \Rightarrow K(2aL - 3bK) > 0$$

$$\Rightarrow 2aL - 3bK > 0 \Rightarrow 2aL > 3bK \Rightarrow \frac{L}{K} > \frac{3b}{2a}$$

$$PML > 0 \Rightarrow \frac{cLK^2(2bK - aL)}{c^2L^4} > 0 \Rightarrow 2bK - aL > 0 \Rightarrow 2bK > aL$$

$$\Rightarrow \frac{L}{K} < \frac{2b}{a}$$

وهذا ما يعني أن كل زوج (L, K) يجب أن يحقق الشرط الرياضي التالي: $\frac{3b}{2a} < \frac{L}{K} < \frac{2b}{a}$ كي ينتمي لمرحلة الكفاءة الاقتصادية في المدى الطويل.

3- حدود المنطقة الفعالة من أجل $a = b = c = 1$: يصبح لدينا:

$$\frac{L}{K} = \frac{3(1)}{2(1)} \Rightarrow L = \frac{3}{2}K \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{L}{K} = \frac{2(1)}{1} \Rightarrow L = 2K \dots \dots \dots (2)$$

هذا يعني أن منطقة الكفاءة الاقتصادية محددة بالمستقيمين الذين معادلاتهما رقم واحد واثنين.

4- مرونة الإحلال: يعطي المعدل الحدي للإحلال التقني نظرة مضللة فيما يخص عملية الإحلال بين اليد العاملة ورأس المال، والسبب وراء هذا يكمن في اختلاف وحدات القياس بين العاملين، ولتفادي هذا الإشكال وجب استخدام مقياس آخر لا يتأثر باختلاف وحدات القياس، وقد اتفق على تسميته في قاموس الإدارة والاقتصاد مرونة الإحلال E_s ، والتي تعرف من الناحية الرياضية على أنها التغير النسبي في العلاقة $\frac{K}{L}$ منسوبة إلى التغير النسبي في المعدل الحدي للإحلال التقني، لهذا إذا وضعنا النسبة $k = \frac{K}{L}$ وحسب $TMST$ وفق الصيغة:

$$TMST = \frac{dK}{dL} \wedge \frac{K}{L} = k$$

فانه يمكن كتابة مرونة الإحلال، و التي نرمز لها بالرمز $E_s = \rho$ كالتالي:

$$\rho = \frac{dk/k}{dTMST/TMST}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{dk}{k} \cdot \frac{TMST}{dTMST}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{dk}{dTMST} \cdot \frac{TMST}{k}$$

وعليه نستنتج أن قيمة مرونة الإحلال تختلف باختلاف طريقة مزج عوامل الإنتاج، إلا أنها تتحصر في المجال $[0, +\infty[$ لأن كل من $TMST, k$ يتغيران في نفس الاتجاه، وعليه نميز بين الحالات التالية:

- $\rho = 0$ تعني حالة التكامل الكلي بين العاملين.
- $\rho \in]0, 1[$ تعني أن الإحلال بين العاملين مرن جدا.
- $\rho = 1$ تعني أن الإحلال بين العاملين تناسبي.
- $\rho \in]1, +\infty[$ تعني أن الإحلال بين العاملين غير مرن.
- $\rho = +\infty$ تعني أن الإحلال بين العاملين كامل.

مثال: لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية:

$$Q = 4L^{0.8} K^{0.2}$$

- احسب مرونة الإحلال للدالة؟

الحل:

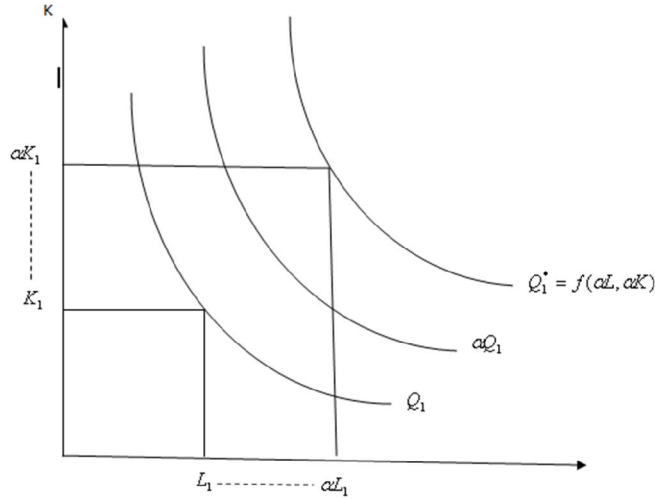
- حساب مرونة الإحلال للدالة: نحسب أولا المعدل الحدي للإحلال كما يلي:

$$TMST = \frac{PML}{PMK} = \frac{3.2L^{-0.2}K^{0.2}}{0.8L^{0.8}K^{-0.8}} = 4 \frac{K}{L} \Rightarrow \rho = \frac{1}{4} * \frac{\frac{4K}{L}}{\frac{K}{L}} = 1$$

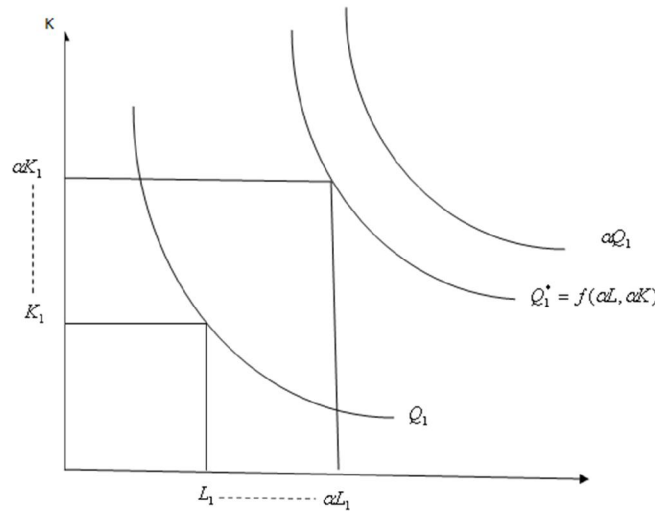
هذا يعني أن الإحلال بين العاملين تناسبي، بمعنى هناك تكافؤ في استخدامهما داخل المؤسسة.

5- قانون غلة الحجم: على عكس قانون تناقص الغلة الذي يصف التغيرات في مستويات الناتج في المدى القصير، نجد قانون غلة الحجم يصف التغيرات التي تحدث في مستويات الإنتاج في المدى الطويل عند تغيير رأس المال واليد العاملة بنفس النسبة - مضاعفتها بنفس عدد المرات -، وفي هذا الصدد يمكن أن نميز واحدة من الحالات الثلاثة التالية:

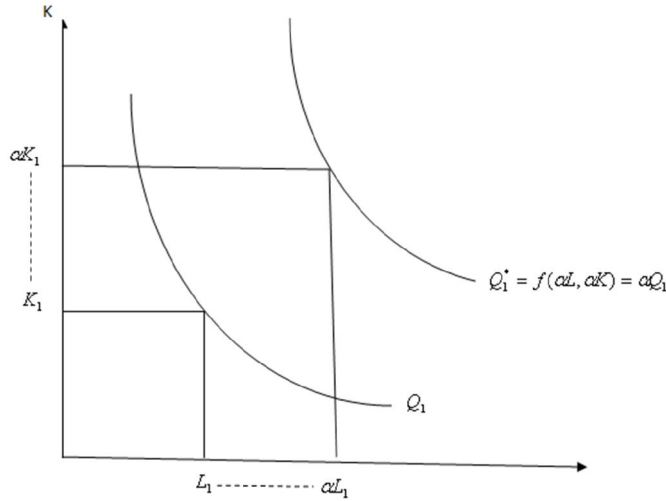
- حالة غلة الحجم المتزايدة: تحدث هذه الحالة عندما يتضاعف الإنتاج بنسبة تفوق نسبة تضاعف عوامله، فكما يظهر في الشكل الموالي فإن مضاعفة العاملين L, K بالمقدار α مرة أدى إلى مضاعفة الإنتاج بأكثر من α مرة.



- حالة غلة الحجم المتناقصة: تتحقق هذه الحالة عندما يتضاعف الإنتاج بنسبة اقل من نسبة مضاعفة عوامله، أي إذا ضاعفنا العوامل بنفس عدد المرات α فيتضاعف الإنتاج تبعا لذلك بأقل من α مرة، وهذا ما يظهره الشكل التالي.



- حالة غلة الحجم الثابتة: توافق هذه الحالة تضاعف الإنتاج بنفس نسبة مضاعفة عوامله، وهذا ما يوضحه الشكل التالي.



6- تجانس دالة الإنتاج: بشكل عام يقال أن دالة الإنتاج متجانسة من الدرجة m إذا تم تغيير كل متغيراتها المستقلة بالعدد الثابت الموجب λ فأدى إلى تغيير الدالة بالعدد λ^m أي:

$$f(\lambda X_1, \lambda X_2, \dots, \lambda X_n) = \lambda^m \cdot f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

وهذا ما يعني أن درجة تجانس الدالة m هي التي تحدد قانون غلة الحجم الذي تتبعه، فإذا كان $m=1$ فالدالة تتبع قانون غلة الحجم الثابت، أما إذا كان $m > 1$ فإن الدالة تتبع قانون غلة الحجم المتزايد، في حين لما $m < 1$ فيعني أن الدالة تتبع قانون غلة الحجم المتناقص.

مثال: ليكن لدينا دالة الإنتاج التالية:

$$Q = \frac{aK^2L - bK^3}{cL^2}$$

- حدد درجة تجانس الدالة واستنتج قانون غلة الحجم الذي تتبعه.

الحل:

- تحديد درجة تجانس الدالة: تحقيقا لهذا الهدف نضاعف عوامل الإنتاج λ فنجد:

$$f(\lambda L, \lambda K) = \frac{a(\lambda K)^2(\lambda L) - b(\lambda K)^3}{c(\lambda L)^2} = \frac{\lambda^3}{\lambda^2} \frac{aK^2L - bK^3}{cL^2} = \lambda Q$$

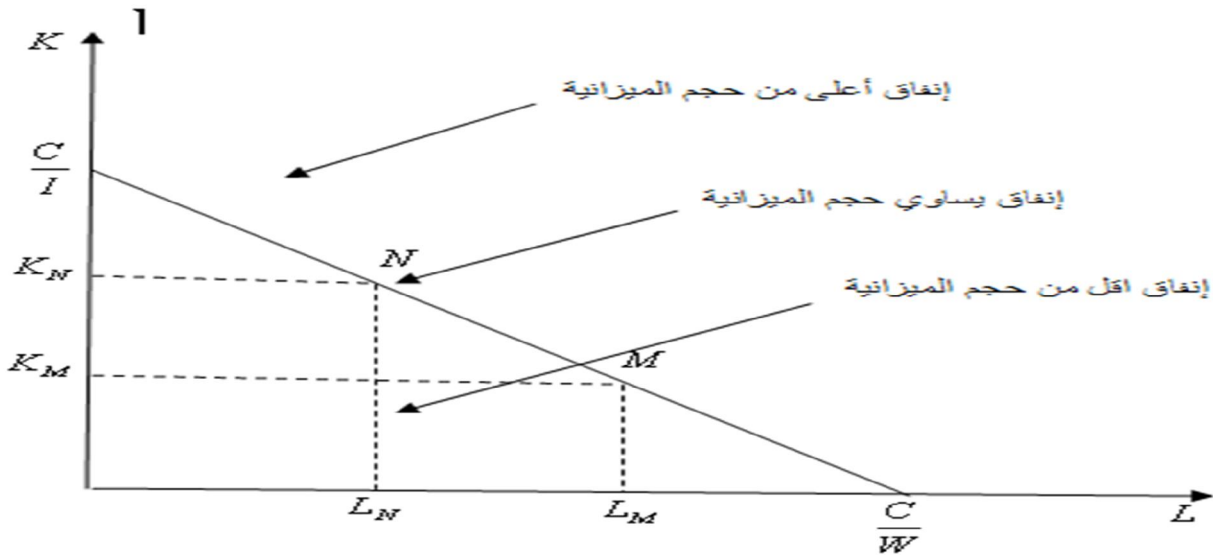
هذا يعني أن الدالة متجانسة من الدرجة الأولى وتتبع قانون غلة الحجم الثابت.

ثانياً- توازن المؤسسة: نقول أن المنتج في حالة التوازن عندما يحقق مستوى إنتاجي معين بأقل وحدات من عاملي الإنتاج (L, K) ، أو عندما يصل إلى أعلى منحنيات الناتج المتساوي في حدود ميزانيته، ويتحقق ذلك عندما يكون منحنى الناتج المتساوي مماساً لخط ميزانية الإنتاج.

1- خط ميزانية الإنتاج: إذا كانت الموازنة المخصصة للإنتاج هي C وكانت أسعار عناصر الإنتاج معلومة على التوالي W بالنسبة لليد العاملة، I بالنسبة لرأس المال، فإن إنفاق المؤسسة في شراء المستلزمات الإنتاجية يكون وفق الصيغة الرياضية التالية:

$$WL + IK = C \dots\dots\dots (1)$$

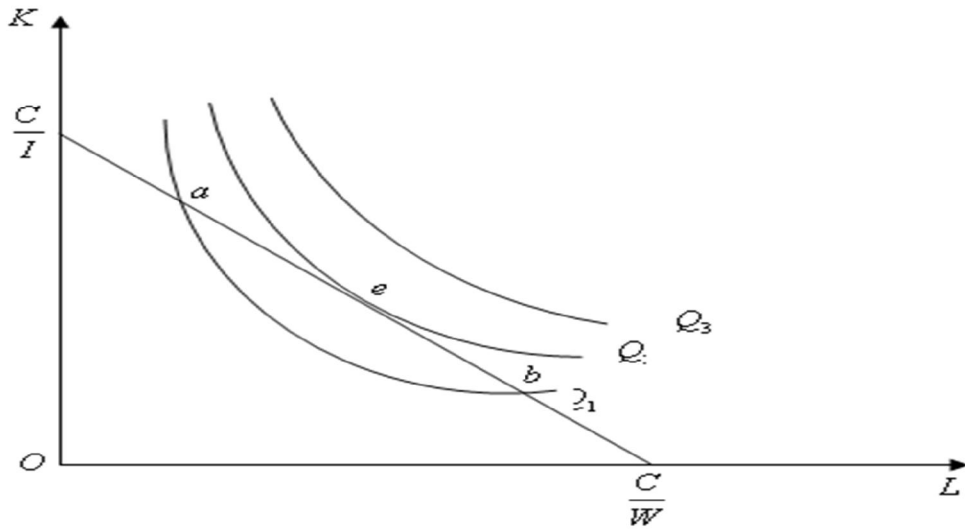
يمكن تمثيل المعادلة السابقة على النحو التالي:



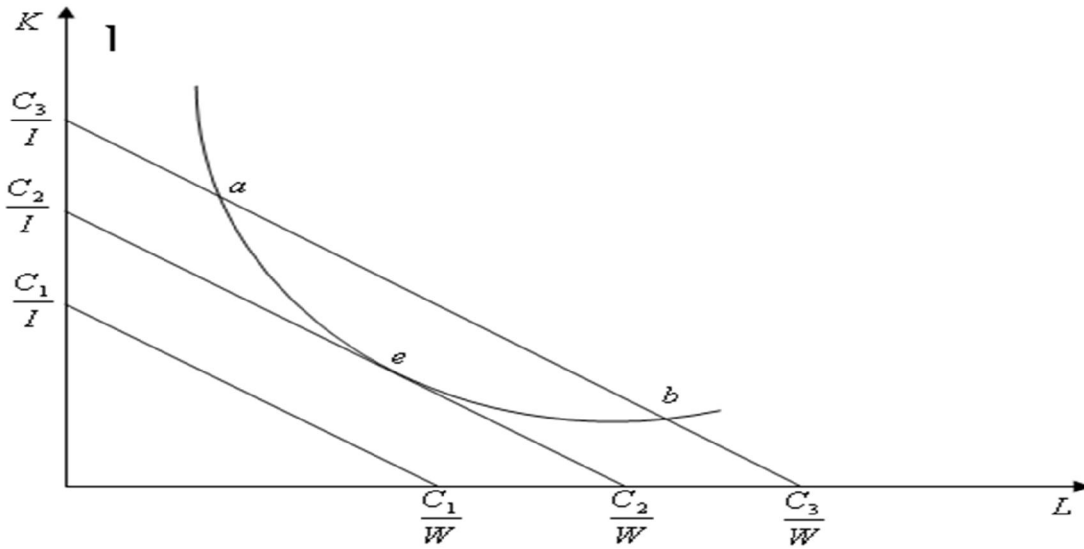
يقسم خط الميزانية الفضاء الإنتاجي للمنتج إلى قسمين، حيث القسم العلوي تنتمي إليه التركيبات الإنتاجية التي تفوق ميزانية المؤسسة، في حين التركيبات التي تنتمي للجزء السفلي منه تكلف المؤسسة قسماً من الميزانية المخصصة للإنفاق على رأس المال واليد العاملة، بينما التركيبات التي تقع عليه تماماً تكلف المؤسسة مبلغاً يساوي تماماً ميزانيتها، أما عن ميله فيمكن حسابه عن طريق إعادة صياغة دالته، بحيث يمكن أن نكتب المعادلة الأولى على الشكل $K = \frac{R}{I} - \frac{W}{I} \cdot L$ ومنه يكون لدينا $\left(-\frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{W}{I}\right)$ ، وهذه القيمة تمثل ميل خط الميزانية أو ميل منحنى التكلفة المتساوية.

2- نقطة التوازن: سواء كان هدف المنتج تحقيق أقصى إنتاج في حدود ميزانيته-الشكل الأول- أو تخفيض التكلفة لأجل تحقيق حجم إنتاج محدد فان نقطة التوازن تتمثل في نقطة المماس بين منحنى الناتج المتساوي ومنحنى التكلفة المتساوية، وعليه فهي تحقق الشرطان الرياضيان التاليان:

$$TMST_{(L,K)} = \frac{W}{I} \wedge TMST_{(L,K)} \text{ متناقص}$$



الشكل أعلاه يظهر مستويات مختلفة من الإنتاج هي: Q_1 ، Q_2 ، Q_3 بينما C هي الميزانية المخصصة لاقتناء اليد العاملة ورأس المال، كما سبق الإشارة إليه فان أي تركيبة خارج المثلث $\left(\frac{C}{I}, \frac{C}{W}, O\right)$ لا يمكن للمؤسسة اقتناؤها، كما لا يمكن للمنتج أن ينتج داخل أي نقطة في المثلث السابق ذلك أنها لا تعظم الإنتاج، فضلا على أن المقارنة بين التركيبات e ، a و b ستركنا نختار التوليفة e لأنها تتساوى مع التركيبتان الباقيتان من حيث الإنفاق إلا أنها تنتمي إلى مستوى إنتاج أعلى وعليه فهي تركيبة التوازن.



هذا الشكل يظهر مستويات مختلفة من التكلفة هي: C_3 ، C_2 ، C_1 بينما Q هو الحجم المطلوب إنتاجه، يكون المستوى C_1 من الميزانية المخصصة للإنتاج غير مقبول لأنه غير كاف لإنتاج المستوى Q ، كما أن المقارنة بين التركيبات e ، a و b ستركنا نختار التوليفة e لأنها تتساوى مع التركيبات الباقيتين من حيث الإنتاج إلا أنها تحمل مستوى تكلفة أقل، وبالتالي فهي نقطة التوازن.

مثال: لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية:

$$Q = 2\sqrt{L}\sqrt{K}$$

حيث أن أسعار العاملين L ، K هما على التوالي $W = 9$ و $I = 4$.

1- احسب أدنى تكلفة لازمة لإنتاج $Q = 100$ ؟

2- احسب حجم الإنتاج الموافق لميزانية قدرها $C = 504$ ؟

الحل:

1- حساب أدنى تكلفة لازمة لإنتاج $Q = 100$ ، تحقيقاً لهذا الهدف نكتب دالة لاغرانج الموافقة:

$$\ell = 9L + 4K - \lambda(2L^{0.5}K^{0.5} - 100)$$

نعدم المشتقات الجزئية الأولى فنجد:

$$\frac{\Delta \ell}{\Delta L} = 9 - \lambda K^{0.5} L^{-0.5} = 0 \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{\Delta \ell}{\Delta K} = 4 - \lambda K^{-0.5} L^{0.5} = 0 \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{\Delta \ell}{\Delta \lambda} = -2L^{0.5} K^{0.5} + 100 = 0 \dots \dots \dots (3)$$

بقسمة المعادلة الأولى على الثانية نجد:

$$\frac{(1)}{(2)} \Leftrightarrow \frac{9}{4} = \frac{\lambda (L^{-0.5} K^{0.5})}{\lambda (L^{0.5} K^{-0.5})} \Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{K}{L} \Rightarrow 4K = 9L \Rightarrow K = \frac{9}{4} L$$

نعوض قيمة K في المعادلة الثالثة فنجد:

$$2(L)^{0.5} \left(\frac{9L}{4} \right)^{0.5} = 100 \Rightarrow 3L = 100 \Rightarrow L = 33.33 \Rightarrow K = \frac{9}{4} * 33.33 = 74$$

$$\Rightarrow C = 9L + 4K = 9(33.33) + 4(75) = 600$$

ومنه أدنى تكلفة لازمة لإنتاج $Q = 100$ هي $C = 600$.

2- حساب حجم الإنتاج الموافق لميزانية مقدارها $C = 504$ نكتب دالة لاغرانج في هذه الحالة:

$$\ell = 2L^{0.5} K^{0.5} - \lambda(9L + 4K - 504)$$

نعدم المشتقات الجزئية الأولى فنجد:

$$\frac{\Delta \ell}{\Delta L} = L^{-0.5} K^{0.5} - 9\lambda = 0 \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{\Delta \ell}{\Delta K} = L^{0.5} K^{-0.5} - 4\lambda = 0 \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{\Delta \ell}{\Delta \lambda} = -9L - 4K + 504 = 0 \dots \dots \dots (3)$$

بقسمة المعادلة الأولى على الثانية نجد:

$$\frac{(1)}{(2)} \Leftrightarrow \frac{L^{-0.5} K^{0.5}}{L^{0.5} K^{-0.5}} = \frac{9\lambda}{4\lambda} \Rightarrow \frac{K}{L} = \frac{9}{4} \Rightarrow K = \frac{9}{4} L$$

نعوض في المعادلة الثالثة فنجد:

$$9L + 4\left(\frac{9}{4}L\right) = 504 \Rightarrow L = 28 \Rightarrow K = 63$$

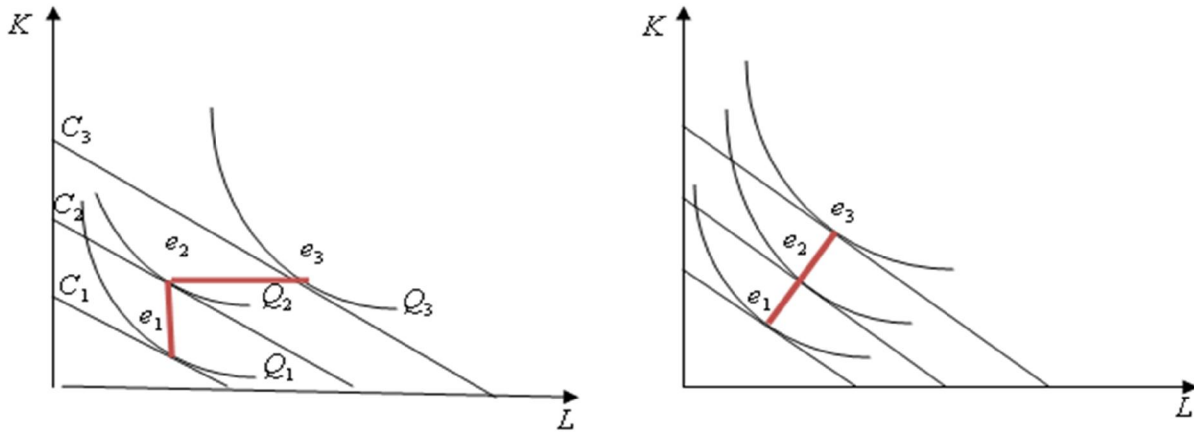
$$Q = 2\sqrt{28} * \sqrt{63} = 84$$

ومنه حجم الإنتاج الموافق لتكلفة مقدارها $C = 504$ هو $Q = 84$.

3- المسار الأمثل للتطور وتجانس دالة الإنتاج:

أ- تجانس دالة الإنتاج: إذا أمكننا مضاعفة عوامل الإنتاج بنفس النسبة-بنفس عدد المرات-نقول أن دالة الإنتاج متجانسة .

ب- المسار الأمثل للتطور: يمكن تعريف هذا الأخير بأنه ذلك المحل الهندسي المعبر عن مختلف النقاط التوازنية عند ثبات أسعار عوامل الإنتاج وتغيير الميزانية الإنتاجية، كما في الشكل:



يشير منحنى المسار التوسعي إلى كيفية تغيير نسبة عوامل الإنتاج المستخدمة عندما يتغير مستوى المنتج أو تتغير التكلفة الكلية، لهذا فان:

-منحنى المسار التوسعي عبارة عن خط مستقيم معناه دالة الإنتاج متجانسة.

-منحنى المسار التوسعي عبارة عن خط متعرج معناه دالة الإنتاج غير متجانسة .

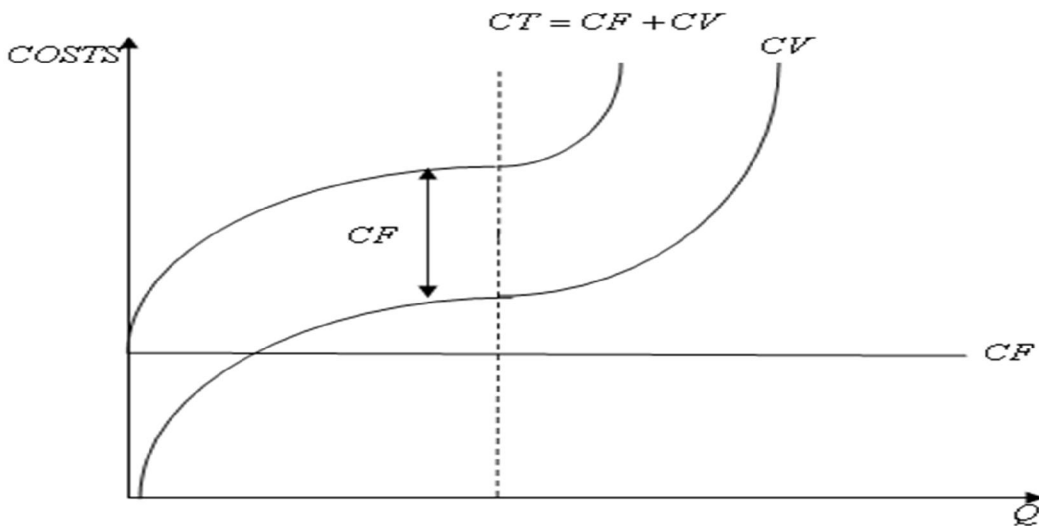
ثالثا- نظرية التكاليف.

تمثل تكلفة الإنتاج مختلف الأعباء التي يتحملها المنتج من أجل القيام بالعملية الإنتاجية من بدايتها إلى غاية الحصول على منتج نهائي أو نصف مصنع قابل للبيع، مثل: ثمن المواد الأولية، ثمن السلع الوسيطة، الفوائد المدفوعة على رؤوس الأموال، شراء أو كراء المباني المستخدمة....الخ.

1- التكاليف في المدى القصير: تتميز الفترة القصيرة بتمكن المؤسسة من تغيير بعض عوامل الإنتاج- العمل، المواد الأولية... وعدم قدرتها على تغيير البعض الباقي- الأرض، المباني..... وبالتالي فإنه يمكن تقسيم تكاليف الإنتاج في الأجل القصير إلى نوعين:

أ- التكاليف الثابتة: وهي شكل من أشكال التكاليف والتي لا تتغير بتغير حجم الإنتاج، بل تظل ثابتة مهما بلغ حجم الإنتاج، من أمثلتها قسط اهتلاك الآلات والتجهيزات، إيجار المباني وأقساط التأمين، الفوائد على القروض.....، ولذا يأخذ منحناها شكل خط مستقيم مواز للمحور الأفقي.

ب- التكاليف المتغيرة: هي النوع من أنواع التكاليف والتي لها علاقة مباشرة بالنشاط الإنتاجي، بمعنى يتحملها المنتج عند قيامه فعلا بالعملية الإنتاجية ، وقد سميت كذلك لان حجمها يتغير بتغير مستوى الإنتاج، من أمثلتها: أجور العمال، الرسم على القيمة المضافة، تكاليف شراء المواد الأولية ومستلزمات الإنتاج، مع العلم أن النظرية الاقتصادية الجزئية تقر بأن منحني التكاليف المتغيرة يتم اشتقاقه بالاعتماد على قانون تناقص الغلة، حيث عندما يزيد الإنتاج بمعدل متزايد تزداد التكاليف بمعدل متناقص، أما عندما يزداد الإنتاج بمعدل متناقص فإن التكاليف تزداد بمعدل متزايد كما يظهره الشكل الموالي.

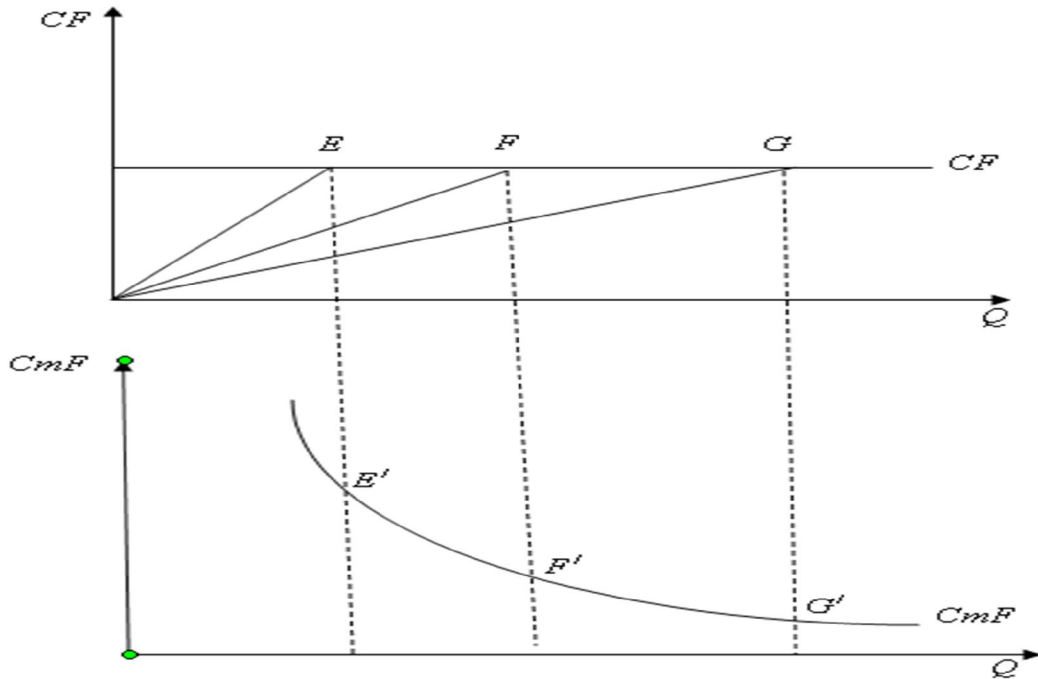


2- منحنيات معدل التكاليف في الأجل القصير: في هذا الصدد يمكننا التمييز بين الأنواع الأربعة التالية:

- **التكلفة الثابتة المتوسطة CmF :** تحسب بقسمة التكلفة الكلية الثابتة على عدد الوحدات المنتجة، وبالتالي تمثل نصيب الوحدة الواحدة من التكاليف الكلية الثابتة ، تحسب رياضيا بالعلاقة التالية:

$$CmF = \frac{CF}{Q}$$

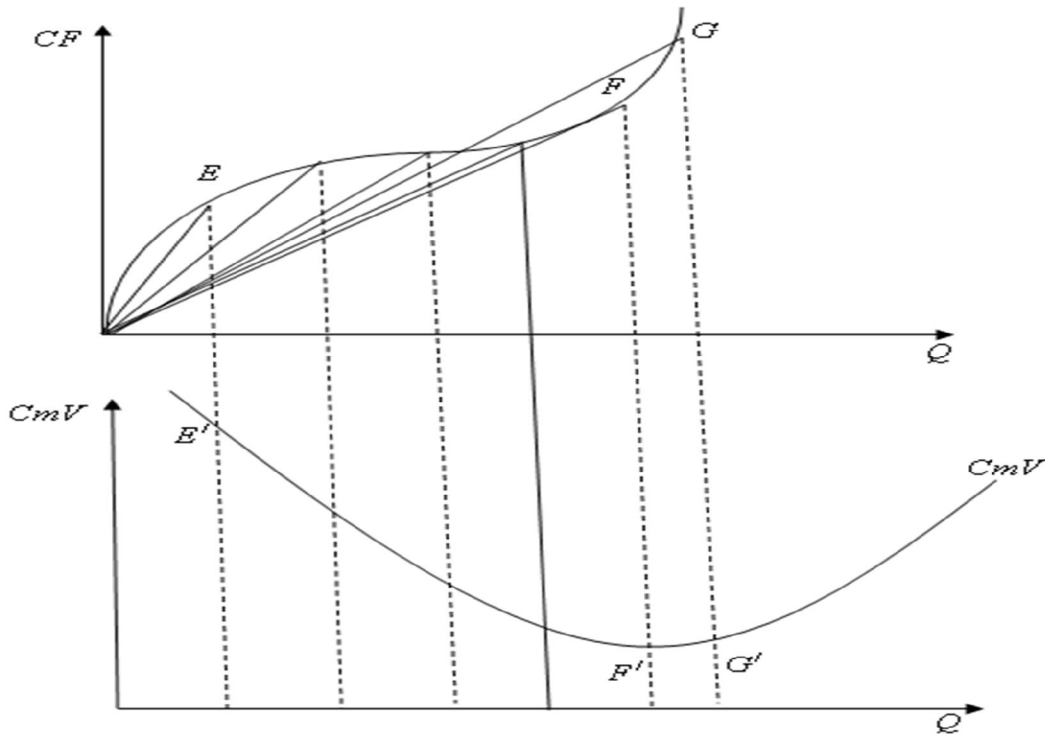
يتم اشتقاق منحنى التكلفة الثابتة المتوسطة على أساس انه يساوي عند أي مستوى للإنتاج ميل الخط المستقيم الواصل بين نقطة الأصل والنقطة المناظرة على منحنى التكلفة الثابتة، كما في الشكل الموالي:



- **التكلفة المتوسطة المتغيرة CmV :** تحسب بقسمة التكلفة الكلية المتغيرة على عدد الوحدات المنتجة، وتحسب بالعلاقة التالية:

$$CmV = \frac{CV}{Q}$$

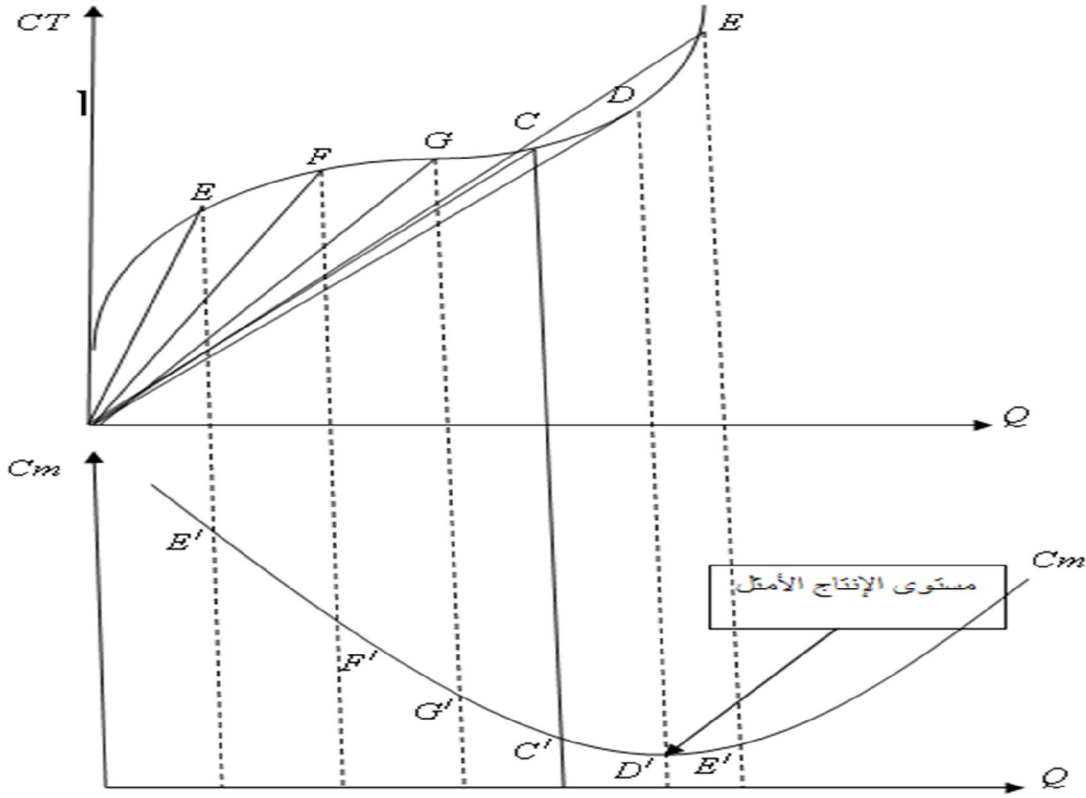
يتم الحصول على منحنى التكلفة المتوسطة المتغيرة باعتباره يمثل ميول خطوط مستقيمة تربط بين نقطة المبدأ ونقاط معينة على منحنى التكلفة الكلية كما في الشكل:



-**التكلفة المتوسطة الكلية C_m** : تحسب بقسمة التكاليف الكلية على عدد الوحدات المنتجة، وبالتالي تمثل نصيب كل وحدة منتجة من التكاليف الكلية، بمعنى آخر هي تكلفة الوحدة المنتجة، وتحسب بالعلاقة التالية:

$$C_m = \frac{TC}{Q}$$

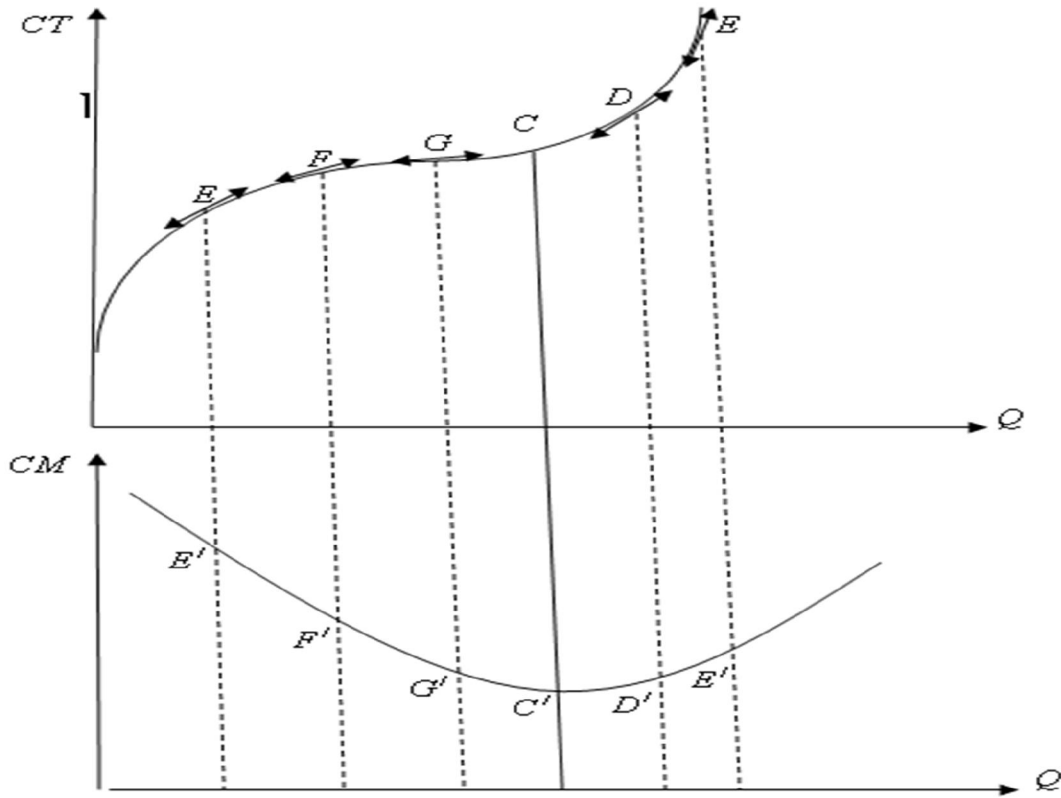
يتم اشتقاق منحنى التكلفة المتوسطة الكلية باعتباره يمثل ميل خطوط مستقيمة تربط بين نقطة المبدأ والنقاط المناظرة لها على منحنى التكلفة الكلية كما في الشكل الموالي:



- **التكلفة الحدية CM:** وهي عبارة عن التغير في التكاليف الكلية أو الكلية المتغيرة والناجم عن التغير في حجم الإنتاج بوحدة واحدة، بمعنى هي تكلفة آخر وحدة منتجة، وتحسب بالعلاقة الرياضية التالية:

$$CM = \frac{\Delta CT}{\Delta Q} = \frac{\Delta CV}{\Delta Q}$$

لأنها جبرياً تمثل المشتق الأول لدالة التكلفة الكلية، ولأن المشتق من الناحية الهندسية يمثل ميل المماس، فيمكن الحصول على منحناها من خلال رسم المماس عند نقاط مختلفة على منحنى التكلفة الكلية وملاحظة ميله الذي يمثل قيم التكلفة الحدية، فكما يظهر في الشكل الموالي فإن المماسات ينخفض ميلها حتى النقطة C للدلالة على تناقص التكلفة الحدية، ثم يبدأ ميلها في التزايد بعد النقطة السابقة ليدل ذلك على تزايد التكلفة الحدية.



3-العلاقة بين أصناف التكاليف: منحنيات التكاليف في المدى القصير هي مقلوب منحنيات الإنتاج، وترتكز العلاقة بين منحنيات التكاليف في نقطتين هما:

-العلاقة بين CM و CmV : كلا المنحنيين يأخذ شكل حرف V باللاتينية لأنهما يعكسان قانون تناقص الغلة، ويمكن رسم CmV بالاعتماد على منحنى CV كما سبق التطرق له، كما يمكن تسجيل الملاحظات التالية:

$$CV = CmV \cdot Q \Rightarrow \frac{\Delta CV}{\Delta Q} = \frac{\Delta CmV}{\Delta Q} \cdot Q + \frac{\Delta Q}{\Delta Q} \cdot CmV$$

$$\Rightarrow CM - CmV = \frac{\Delta CmV}{\Delta Q} \cdot Q$$

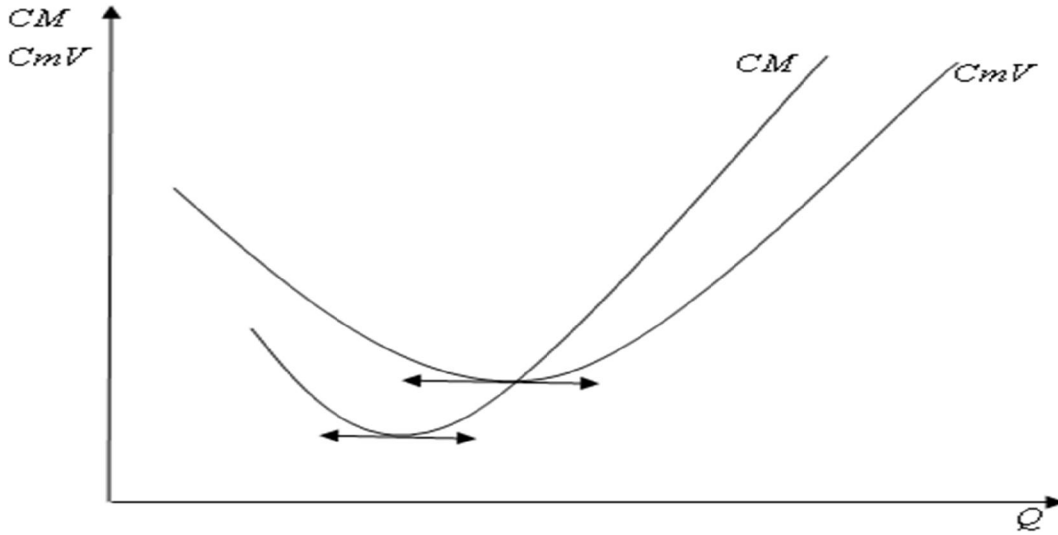
-إذا كانت $0 < \frac{\Delta CmV}{\Delta Q}$ متناقصة $CmV \Leftarrow CM < CmV$ ، وهذا معناه انه لما تكون CmV متناقصة فان منحناها يقع أعلى منحنى CM .

- إذا كانت $0 = \frac{\Delta CmV}{\Delta Q}$ دنيا $CmV = CM$ ، وهذا معناه أن منحنى التكلفة المتوسطة المتغيرة

يصل إلى أدنى نقطة له عندما تتقاطع مع التكلفة الحدية CM .

- إذا كانت $0 < \frac{\Delta CmV}{\Delta Q}$ متزايدة $CmV < CM$ ، وهذا معناه أنه لما تكون CmV متزايدة

فإن منحناها يقع أسفل منحنى التكلفة الحدية CM .



- العلاقة بين CmV ، CM ، و Cm : لإضافة منحنى التكلفة المتوسطة الكلية للمنحنيين السابقين فإننا نسجل جملة

الملاحظات التالية:

- منحنى Cm يقع أعلى منحنى CmV ويقترب منه من أجل القيم الكبيرة لحجم الإنتاج، ذلك أن:

$$Cm = \frac{CV + CF}{Q} = CmV + CmF$$

- منحنى Cm و CmV كلاهما يأخذ شكل حرف V باللاتينية.

- يقطع منحنى CM نظيره منحنى Cm في أدنى نقطة لهذا الأخير، ذلك أن:

$$Cm = \frac{CV + CF}{Q}$$

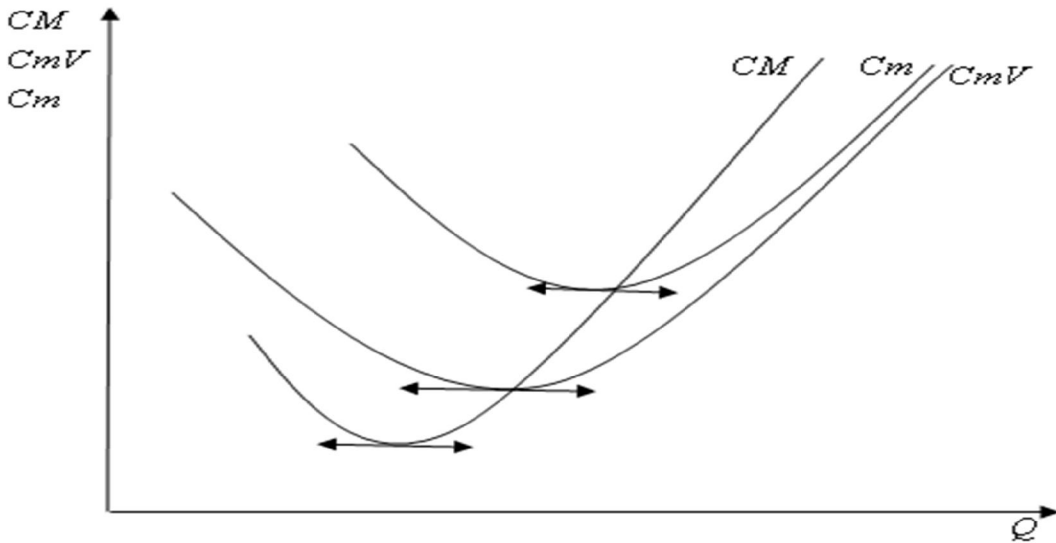
$$\Rightarrow Cm \Leftrightarrow \frac{\Delta Cm}{\Delta Q} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{\Delta CV}{\Delta Q} \cdot Q - \frac{\Delta Q}{\Delta Q} (CV + CF)}{Q^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Delta CV}{\Delta Q} = \frac{CV + CF}{Q}$$

$$\Leftrightarrow CM = Cm$$

مما سبق نستنتج أن أدنى نقطة على منحنى Cm تقع على يمين أدنى نقطة على منحنى CmV ، والسبب في هذا يرجع لكون معدل التزايد في CmV أقل من معدل التناقص في CmF ، مما يجعل منحنى Cm يستمر في التناقص كما في الشكل:



مثال: دالة إنتاج احد المؤسسات تأخذ الصيغة الرياضية التالية:

$$Q = L^{\frac{1}{3}} K^{\frac{1}{3}}$$

إذا علمت أن سعر وحدة هذا المنتج هو P وأن معادلة تكاليف إنتاج هذا المنتج تأخذ الشكل:

$$CT = 2K + 8L$$

1- أوجد دوال التكاليف الكلية بدلالة حجم الإنتاج؟

2- استنتج دوال معدلات التكاليف.

الحل:

1- إيجاد دوال التكاليف:

$$\Pi = P.Q - CT = P.L^{\frac{1}{3}}.K^{\frac{1}{3}} - (2K + 8L)$$

$$\begin{cases} \frac{\Delta \Pi}{\Delta L} = \frac{1}{3}.P.L^{-\frac{2}{3}}.K^{\frac{1}{3}} - 8 = 0 \\ \frac{\Delta \Pi}{\Delta K} = \frac{1}{3}.P.L^{\frac{1}{3}}.K^{-\frac{2}{3}} - 2 = 0 \end{cases}$$

بقسمة المعادلة الأولى على الثانية نجد:

$$\frac{(1)}{(2)} \Leftrightarrow \frac{K}{L} = \frac{8}{2} \Rightarrow K = 4L$$

نعوض قيمة K في CT وفي Q فنجد:

$$CT = 2(4L) + 8L = 16L$$

$$Q = L^{\frac{1}{3}}.(4L)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow L^{\frac{2}{3}} = (4)^{\frac{1}{3}}.Q \Rightarrow L = \frac{Q^{\frac{3}{2}}}{2} = \frac{1}{2}Q^{\frac{3}{2}}$$

$$\Rightarrow CT = 16L = 16 * 0.5 * Q^{\frac{3}{2}} = 8Q^{\frac{3}{2}}$$

2- حساب معدلات التكاليف:

$$Cm = \frac{CT}{Q} = 8Q^{\frac{1}{2}} = Cvm$$

$$CM = \frac{\Delta CT}{\Delta Q} = 12Q^{0.5}$$

$$Cmf = 0$$

4- التكاليف في المدى الطويل.

أ- **التكلفة المتوسطة الكلية Lcm:** في المدى الطويل لا تتضمن دالة إنتاج المؤسسة جزءاً ثابتاً، يضاف إلى ذلك أنه بإمكاننا الحصول على منحنى التكلفة المتوسطة الكلية على أساس أن كل نقطة منه تمثل أدنى تكلفة يمكن أن تتحملها المؤسسة عن كل وحدة منتجة عند المستويات المختلفة للطلب، لأن كافة الترتيبات الهادفة لخفض التكلفة في المدى القصير يمكن القيام بها في المدى الطويل، وهذا ما يعني أن منحنى التكلفة المتوسطة في المدى القصير SCm لا يمكن أن يكون أقل من منحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل LCm فإن منحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل سيكون غلاف لمنحنيات التكلفة المتوسطة في المدى القصير.

لنفترض أن المؤسسة عليها الاختيار بين خمسة مشاريع $A.B.C.D.E$ كما في الشكل الموالي، ولنفترض أن

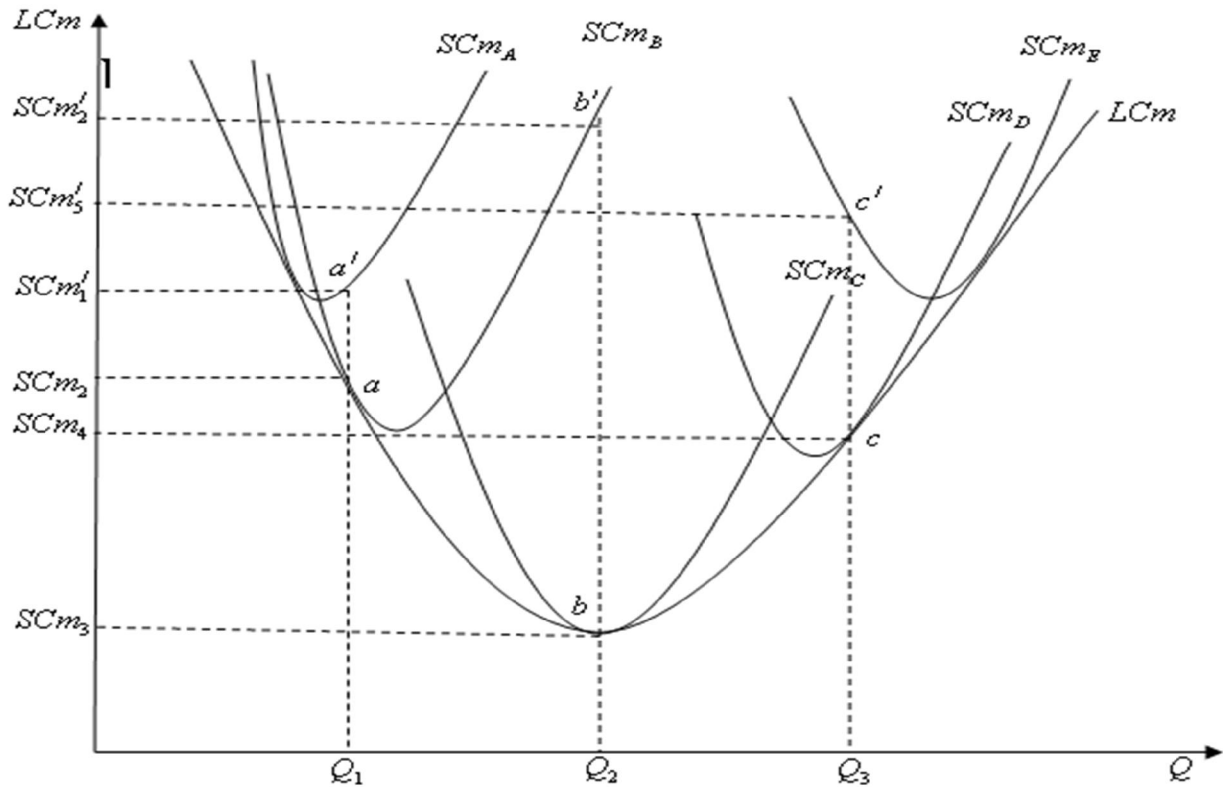
$Q_1.Q_2.Q_3$ هي المستويات المرغوب إنتاجها، وبالتالي:

- لإنتاج المستوى Q_1 من الأحسن بناء المصنع B بدل المصنع A بتكلفة دنيا مقدارها SCm_2 ، وبالتالي فالنقطة a تنتمي لمنحنى LCm .

- لإنتاج المستوى Q_2 من الأحسن بناء المصنع C بدل المصنع B أو المصنع E بتكلفة دنيا مقدارها SCm_3 ، وبالتالي النقطة b تنتمي لمنحنى LCm .

- لإنتاج المستوى Q_3 من الأحسن بناء المصنع D بدل المصنع E بتكلفة دنيا مقدارها SCm_4 ، وبالتالي فالنقطة c تنتمي لمنحنى LCm .

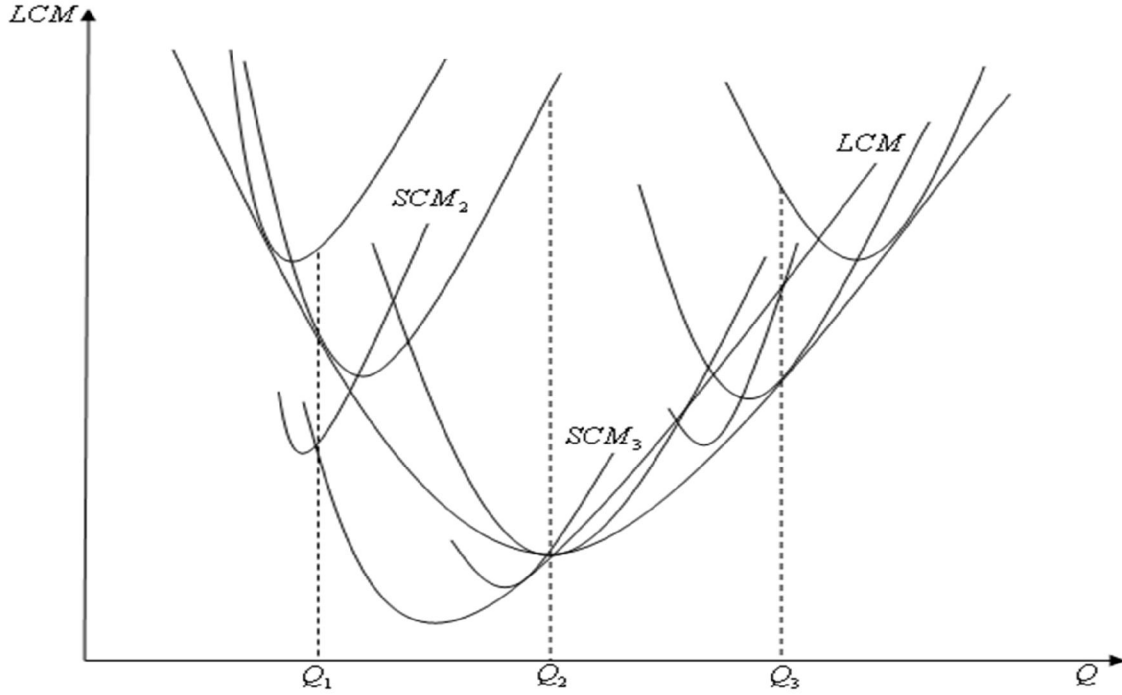
الربط بين النقاط a, b, c ونقاط أخرى مشابهة، على فرض انه يمكن بناء عدد لانهائي من المصانع يمكننا من الحصول على منحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل.



من الشكل يمكن تسجيل الملاحظات التالية:

- يأخذ منحنى LCm حسب النظرية التقليدية شكل حرف U بسبب وجود اقتصاديات الحجم لدرجة معينة، والتي تحدث في المؤسسة الكبيرة بسبب: تخصص اليد العاملة، استعمال التسيير الآلي وتحسن مردود الآلات، شراء المواد الأولية بأقل تكلفة بسبب تحسن الشروط الشرائية التفاوضية الناتجة عن الحجم الكبير،.... الخ، في حين تحدث لا اقتصاديات الحجم إذا تجاوزت المؤسسة حجم معين وهذه الحالة راجعة لتدهور طريقة التسيير.

- كل نقطة على منحنى LCM تمثل نقطة مماس مع منحنى SCM في جهته اليسرى وهذا على يسار Q_2 ،
 ليدل ذلك على أن المصنع يستعمل لمستوى اقل من طاقته الإنتاجية-ذلك أن زيادة الإنتاج تؤدي إلى انخفاض
 تكلفة الوحدة الواحدة في المدى القصير-، بينما على يمين Q_2 يتجاوز المصنع قدرته الإنتاجية.
 - أدنى نقطة على منحنى LCM تمثل السياسة الاستثمارية المثلى الواجبة الإلتزام من طرف المؤسسة.
 ب- **التكلفة الحدية في المدى الطويل SCM** : يتم اشتقاقه بالاعتماد على نقاط المماس بين منحنيات التكلفة
 المتوسطة في المدى الطويل ومنحنيات التكلفة المتوسطة في المدى القصير، حيث لما كان منحنى SCM و
 LCM يمثلان ميل المماس، فإنه في النقاط التي تساوي فيها SCM و LCM تكون $SCM = LCM$ كما في
 الشكل الموالي:



من الشكل يمكننا تسجيل الملاحظات التالية:

- عند Q_1 يتحقق التالي: $LCM = SCM > LCM = SCM$.
- عند Q_2 -السياسة الاستثمارية المثلى- يتحقق التالي: $LCM = SCM = LCM = SCM$.
- عند Q_3 يتحقق التالي: $LCM = SCM > LCM = SCM$.

مثال: يشغل منتج جهازا إنتاجيا M لإنتاج السلعة Q بتكلفة إجمالية مقدارها:

$$CT = 0.35Q^3 - 59.6Q^2 + 3420Q + 4000$$

وتعطي الصيغة التالية منحنى التكلفة في الفترة الطويلة:

$$CT_L = 0.25Q^3 - 40Q^2 + 2500Q$$

1- أوجد قيمة Q التي تجعل التكلفة الإجمالية في الفترة القصيرة تساوي التكلفة الإجمالية في الفترة الطويلة؟

2- ما هي سياسة استثمارات المؤسسة قصد الحصول على تساوي بين التكاليف المتوسطة والحدية في الفترة القصيرة والطويلة؟

الحل:

1- إيجاد قيمة Q التي تحقق تساوي التكاليف الكلية في المدى القصير والطويل:

$$CT = CT_L \Leftrightarrow SCM = LCM$$

$$SCM = 0.7Q^2 - 119.2Q + 3420$$

$$LCM = 0.75Q^2 - 80Q + 2500$$

بمساواة التكاليف الحدية في المدى القصير والطويل نجد:

$$SCM = LCM \Leftrightarrow 0.7Q^2 - 119.2Q + 3420 = 0.75Q^2 - 80Q + 2500$$

$$\Leftrightarrow -0.05Q^2 - 39.2Q + 920 = 0$$

$$\Delta = B^2 - 4AC = (-39.2)^2 - 4(-0.05)(920) = 1536.64 + 184 = 1720.64 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 41.48$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow Q_1 = \frac{-B - \sqrt{\Delta}}{2A} = \frac{39.2 - 41.48}{2(-0.05)} = 22.8$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow Q_2 = \frac{-B + \sqrt{\Delta}}{2A} = \frac{39.2 + 41.48}{2(-0.05)} < 0$$

ومنه مستوى الإنتاج الذي يحقق تساوي التكاليف هو $Q = 22.8$.

2- سياسة استثمار المؤسسة للحصول على تساوي التكاليف المتوسطة والحدية في الفترة القصيرة والطويلة.

$$LCm = \frac{CT_L}{Q} = 0.25Q^2 - 40Q + 2500$$

$$LCm \text{ دنيا} \Leftrightarrow \frac{\Delta LCm}{\Delta Q} = 0$$

$$\frac{\Delta LCm}{\Delta Q} = 0 \Leftrightarrow 0.5Q - 40 = 0$$

$$\Leftrightarrow Q = 80$$

إذن يجب على المؤسسة بناء تجهيز آخر ذا طاقة إنتاجية أكبر-تمكن من إنتاج $Q = 80$.

سلسلة تمارين محلولة:

التمرين الأول: تخضع تغيرات الإنتاج في إحدى المؤسسات في المدى الطويل للصيغة الرياضية التالية:

$$Q = 100L^{0.3} * K^{0.6}$$

- 1- أوجد الإنتاجية المتوسطة والحدية لعوامل الإنتاج.
- 2- ادرس العلاقة الموجودة بينها.
- 3- ما طبيعة غلة الحجم التي تنطبق على الدالة؟
- 4- إذا كان سعر الوحدة من العمل 10 دج، وسعر الوحدة من رأس المال هو 15 دج:
 - أ- أوجد معادلة المسار التوسعي بالنسبة لهذه المؤسسة.
 - ب- اشرح مدلوله الاقتصادي.
 - ج- أوجد أعظم قيمة للإنتاج إذا كانت الميزانية المخصصة لذلك هي: $TC = 400$.
- 5- إضراب العمال جعل هدف المؤسسة تلبية طلب زبائنهم الدائمين، والمقدر بحوالي 150 وحدة، ما هي أدنى تكلفة لازمة لذلك.

الحل:

- 1- إيجاد الإنتاجية المتوسطة والحدية لعوامل الإنتاج.

أ- الإنتاجية الحدية والمتوسطة للعمل:

$$PML = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = 30L^{-0.7} K^{0.6}$$

$$PmL = \frac{Q}{L} = 100L^{-0.7} K^{0.6}$$

ب- الإنتاجية الحدية والمتوسطة لرأس المال:

$$PMK = \frac{\Delta Q}{\Delta K} = 60L^{0.3} K^{-0.4}$$

$$PmK = \frac{Q}{K} = 100L^{0.3} K^{-0.4}$$

- 2- العلاقة الموجودة بين الإنتاجية الحدية والمتوسطة:

$$\frac{PML}{PmL} = \frac{30L^{-0.7} K^{0.6}}{100L^{-0.7} K^{0.6}} \Rightarrow PML = 0.3PmL$$

$$\frac{PMK}{PmK} = \frac{60L^{0.3} K^{-0.4}}{100L^{0.3} K^{-0.4}} \Rightarrow PMK = 0.6PmK$$

3- طبيعة غلة الحجم التي تنطبق على الدالة: نضاعف عوامل الإنتاج λ مرة، فنجد حجم الناتج بعد المضاعفة Q^* كالتالي:

$$Q^* = f(\lambda L, \lambda K) = 100(\lambda L)^{0.3} (\lambda K)^{0.6}$$

$$\Rightarrow Q^* = \lambda^{0.3} * \lambda^{0.6} * 100 L^{0.3} K^{0.6}$$

$$\Rightarrow Q^* = \lambda^{0.3+0.6} * Q = \lambda^{0.9} * Q$$

يتضاعف الإنتاج $\lambda^{0.9}$ إذا تضاعفت عوامل بالمقدار λ مرة، ولأن $\lambda^{0.9} < \lambda$ فهذا يعني أن قانون غلة

الحجم المتناقص هو الذي ينطبق على الدالة.

4-أ- إيجاد معادلة المسار التوسعي: نتحصل عليها بتطبيق شرط التوازن، أي:

$$\frac{PML}{PMK} = \frac{S}{I} \Leftrightarrow \frac{100 * 0.3 * L^{-0.7} * K^{0.6}}{100 * 0.6 * L^{0.3} * K^{-0.4}} = \frac{10}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{PML}{PMK} = \frac{S}{I} \Leftrightarrow \frac{0.3 * K^{0.6} * K^{0.4}}{0.6 * L^{0.3} * L^{0.7}} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{PML}{PMK} = \frac{S}{I} \Leftrightarrow \frac{0.3 * K}{0.6L} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 0.9K = 1.2L \Rightarrow K = \frac{4}{3}L \dots \dots \dots (1)$$

المعادلة الأخيرة رقم (1) هي معادلة المسار التوسعي.

4-ب- شرح مدلول معادلة المسار التوسعي: تعني معادلة المسار التوسعي أن استخدام كل وحدة من عنصر

العمل يقابله استعمال $\frac{4}{3}$ وحدة من رأس المال، وهذا من أجل المحافظة على توازن المؤسسة عند تغيير

موازنتها بالزيادة أو النقصان في ظل الأسعار الحالية لعوامل الإنتاج.

4-ج- أعظم قيمة للإنتاج: نعوض المعادلة الأولى في قيد ميزانية الإنتاج $10L + 15K = 400$ فنجد:

$$10L + 15\left(\frac{4}{3}L\right) = 400 \Rightarrow 30L = 400 \Rightarrow L = \frac{40}{3} = 13.333$$

$$\Rightarrow K = \frac{4}{3} * \frac{40}{3} = \frac{160}{9} = 17.77$$

$$\Rightarrow Q = 100(13.33)^{0.3} (17.77)^{0.6} = 1222.32$$

هذا يعني أن أعظم قيمة للإنتاج تكون 1222.32 وحدة، باستعمال 13.333 وحدة من العمل و 17.77

وحدة من رأس المال.

5- أدنى تكلفة لإنتاج 150 وحدة: يصبح هدف المؤسسة في هذه الحالة تدنية التكاليف لإنتاج حجم محدد من الإنتاج، وهذا ما يمكن التعبير عنه رياضياً بالشكل التالي:

$$\begin{cases} MinTC = 10L + 15K \\ (L, K) \in 100L^{0.3} K^{0.6} \end{cases}$$

نكون صيغة مضاعف لاغرانج كالتالي:

$$\ell = 10L + 15K - \lambda(100L^{0.3} K^{0.6} - 150)$$

نعدم المشتقات الجزئية الأولى فنحصل على:

$$\frac{\Delta \ell}{\Delta L} = 10 - 30\lambda L^{-0.7} K^{0.6} = 0 \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{\Delta \ell}{\Delta K} = 15 - 60\lambda L^{0.3} K^{-0.4} = 0 \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{\Delta \ell}{\Delta \lambda} = -100L^{0.3} K^{0.6} + 150 = 0 \dots \dots \dots (3)$$

بقسمة المعادلة الأولى على الثانية نحصل على:

$$\frac{(1)}{(2)} \Leftrightarrow \frac{10}{15} = \frac{30\lambda L^{-0.7} K^{0.6}}{60\lambda L^{0.3} K^{-0.4}} \Leftrightarrow \frac{2}{3} = \frac{K}{2L} \Leftrightarrow K = \frac{4}{3}L$$

نعوض قيمة K في المعادلة الثالثة فنحصل على:

$$(3) \Leftrightarrow 100L^{0.3} K^{0.6} = 150 \Rightarrow 100L^{0.3} \left(\frac{4}{3}L\right)^{0.6} = 150$$

$$\Rightarrow L^{0.9} = 1.2622 \Rightarrow L = 1.3 \Rightarrow K = \frac{4}{3}(1.3) = 1.727$$

$$\Rightarrow MinTC = 10L + 15K = 10(1.3) + 15(1.727) = 38.905 \text{ دج}$$

وهذا ما يعني أن المؤسسة تحتاج كحد أدنى إلى 38.905 دج لإنتاج 150 وحدة.

التمرين الثاني: ليكن لدينا تابع الإنتاج من نوع كوب-دوغلاس التالي:

$$Q = 150 * L^{\alpha} * K^{\beta}$$

(α, β) هي ثوابت موجبة.

1- ما هو المعنى الاقتصادي لثوابت التابع؟ اثبت ذلك رياضياً.

2- هل التابع متجانس؟ من أي درجة.

3- هل التابع السابق يخضع لقانون غلة الحجم الثابت من أجل $\alpha = \beta = 1$.

4- ما مقدار تضاعف الإنتاج إذا تضاعفت عوامله 5 مرات، وكان متجانس من الدرجة الثانية؟

5- بين كيف يتضاعف الإنتاج إذا ضاعفنا استخدام رأس المال بنسبة 5% مع بقاء اليد العاملة ثابتة.

6- احسب مرونة الإحلال للدالة من أجل $\alpha = 0.4, \beta = 0.5$ ، وما هو مدلولها الاقتصادي؟

الحل:

1- المعنى الاقتصادي لثوابت الدالة:

150 : تمثل الرشد الاقتصادي للمنتج.

α : $e_{Q,L}$ تمثل مرونة الإنتاج بالنسبة لليد العاملة، أو هي نسبة التغير في الإنتاج عند تغير اليد العاملة بنسبة 1%.

β : $e_{Q,K}$ تمثل مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال، أو هي نسبة التغير في الإنتاج عند تغير رأس المال بنسبة 1%.

$$e_{Q,L} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} * \frac{L}{Q} = \alpha * 150 * L^{\alpha-1} * K^{\beta} * \frac{L}{150 * L^{\alpha} * K^{\beta}}$$

$$\Rightarrow e_{Q,L} = \alpha * L^{\alpha-1} * L * \frac{1}{L^{\alpha}} = \alpha * L^{\alpha-1} * L * L^{-\alpha} = \alpha * L^{\alpha-1+1-\alpha}$$

$$\Rightarrow e_{Q,L} = \alpha$$

$$e_{Q,K} = \frac{\Delta Q}{\Delta K} * \frac{K}{Q} = \beta * 150 * L^{\alpha} * K^{\beta-1} * \frac{K}{150 * L^{\alpha} * K^{\beta}}$$

$$\Rightarrow e_{Q,K} = \alpha * K^{\beta-1} * K * \frac{1}{K^{\beta}} = \alpha * K^{\beta-1} * K * K^{-\alpha} = \beta * K^{\beta-1+1-\beta}$$

$$\Rightarrow e_{Q,K} = \beta$$

2- اختبار درجة تجانس تابع الإنتاج: نضاعف عوامل الإنتاج λ مرة فنجد أن Q^* والذي يمثل حجم الإنتاج

بعد مضاعفة عوامله كالتالي:

$$Q^* = f(\lambda L, \lambda K) = 150 * (\lambda L)^{\alpha} * (\lambda K)^{\beta}$$

$$\Rightarrow Q^* = \lambda^{\alpha} * \lambda^{\beta} * 150 * L^{\alpha} * K^{\beta}$$

$$\Rightarrow Q^* = \lambda^{\alpha+\beta} * Q$$

- إذا كان $\alpha + \beta = 1$ فتابع الإنتاج متجانس من الدرجة الأولى، وبالتالي فهو يخضع لقانون غلة الحجم

الثابتة.

- إذا كان $\alpha + \beta > 1$ فتابع الإنتاج متجانس من درجة أكبر من الواحد، وبالتالي فهو يخضع لقانون غلة

الحجم المتزايدة.

-إذا كان $\alpha + \beta < 1$ فتابع الإنتاج متجانس من درجة اقل من الواحد، وبالتالي فهو يخضع لقانون غلة الحجم المتناقصة.

3-من اجل $\alpha = \beta = 1 \Rightarrow \alpha + \beta = 2$ ، وبالتالي فتابع الإنتاج متجانس من الدرجة الثانية وهو يخضع لقانون غلة الحجم المتزايدة.

4-مقدار مضاعفة الإنتاج عند تضاعف عوامله 5 مرات، وكانت الدالة متجانسة من الدرجة الثانية: وجدنا مما سبق أن:

$$Q^* = \lambda^{\alpha+\beta} * Q$$

$$\Rightarrow Q^* = 5^2 * Q = 25 * Q$$

هذا يعني أن الإنتاج يتضاعف 25 مرة إذا تضاعفت عوامله 5 مرات وكانت الدالة متجانسة من الدرجة

2.

5-اتجاه ونسبة تضاعف الإنتاج: نلاحظ أن مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال موجبة، وهذا ما ينصرف لكون الإنتاج يتناسب تناسبا طرديا مع التغير في اليد العاملة، أي يرتفع بارتفاع هذه الأخيرة وينخفض بانخفاضها، وبالنسبة التالية:

$$e_{Q,K} = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta K}{K}} = \beta \Rightarrow \frac{\Delta Q}{Q} = e_{Q,K} * \frac{\Delta K}{K}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta Q}{Q} = 5B\%$$

6-حساب مرونة الإحلال للدالة: قبل بداية حسابها لا بد من حساب المعدل الحدي للإحلال التقني كالتالي:

$$TMST_{(L,K)} = \frac{PML}{PMK} = \frac{0.4 * 100 * L^{-0.6} * K^{0.5}}{0.5 * 100 * L^{0.4} * K^{-0.5}}$$

$$\Rightarrow TMST_{(L,K)} = \frac{0.4K^{0.5} * K^{0.5}}{0.5L^{0.5} * L^{0.5}} = \frac{0.4K}{0.5L}$$

$$\Rightarrow \frac{K}{L} = \frac{0.5}{0.4} * TMST$$

$$\Rightarrow E_s = \frac{\Delta\left(\frac{K}{L}\right)}{\Delta TMST} * \frac{TMST}{\left(\frac{K}{L}\right)} = \frac{0.5}{0.4} * \frac{TMST}{\frac{0.4}{0.5} TMST}$$

$$\Rightarrow E_s = 1$$

هذا يعني أن هناك تكافؤ في استخدامات رأس المال واليد العاملة داخل المؤسسة.

التمرين الثالث: منتج بإمكانه صنع المنتج Q بثلاث طرق فنية مختلفة، إحداها تتعكس في دالة الإنتاج التالية:

$$Q = \sqrt{L}\sqrt{K}$$

إذا علمت أن سعر وحدة هذا المنتج هو P وأن معادلة تكاليف إنتاج هذا المنتج هي متماثلة بالنسبة للطرق الثلاثة وتأخذ الشكل: $CT = 10K + 4L$.

1- أوجد دوال التكاليف الكلية بدلالة حجم الإنتاج .

2- استنتج معدلات التكاليف.

الحل:

1- إيجاد دوال التكاليف للدالة الثانية:

$$\Pi = P.Q - CT = P.L^{0.5}.K^{0.5} - (10K + 4L)$$

$$\begin{cases} \frac{\Delta \Pi}{\Delta L} = 0.5.P.L^{-0.5}.K^{0.5} - 4 = 0 \\ \frac{\Delta \Pi}{\Delta K} = 0.5.P.L^{0.5}.K^{-0.5} - 10 = 0 \end{cases}$$

بقسمة المعادلة الأولى على الثانية نجد:

$$\frac{(1)}{(2)} \Leftrightarrow \frac{K}{L} = \frac{4}{10} \Rightarrow K = \frac{2}{5}L$$

نعوض قيمة K في CT وفي Q فنجد:

$$CT = 10\left(\frac{2}{5}L\right) + 4L = 8L$$

$$Q = L^{0.5} \cdot \left(\frac{2}{5}L\right)^{0.5} \Rightarrow L = \left(\frac{5}{2}\right)^{0.5} \cdot Q \Rightarrow L = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \cdot Q$$

$$\Rightarrow CT = 8L = 8 \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \cdot Q = 4\sqrt{10} \cdot Q$$

2- استنتج معدلات التكاليف:

$$Cmf = 0$$

$$Cmv = Cm = 4\sqrt{10}$$

$$CM = 4\sqrt{10}$$

الفصل الثاني

سوق المنافسة التامة

الفصل الثاني: سوق المنافسة التامة

لعل التطور التكنولوجي والعلمي قد ألقى بظلاله على الكثير من المصطلحات الاقتصادية، والتي يتقدمها مفهوم السوق، فبعد أن كان يشير للمكان الذي تعقد فيه الصفقات التجارية، ارتبط ارتباطا وثيقا في الوقت الحالي بالسلع، وبالتالي نجد أن الرقعة الجغرافية التي كان يتم فيها تداول السلع فقدت الكثير من أهميتها في الوقت الحالي، بعد أن أصبحت عمليات التداول تتم عبر الشبكة العنكبوتية والهاتف والفاكس، وتبعاً لذلك تغير هذا المفهوم من الإشارة للمكان للإشارة للسلع، لذلك أصبحنا في الوقت الحالي نسمع مصطلح سوق القمح أو سوق البترول وأيضا سوق الموز.....الخ.

أولاً- مفهوم المنافسة الكاملة: على عكس الاعتقاد السائد والذي نستنتجه من التسمية-وجود تنافس كبير بين المؤسسات-، فإن سوق المنافسة التامة يتميز بعدم وجود أي صراع بين الأعوان الاقتصاديين الناشطين ضمنه، وإن أي من المؤسسات الناشطة في هذا التنظيم من تنظيمات الأسواق تكون آخذة للسعر، بمعنى تباع بالسر الذي يتحدد في السوق، لذلك اجمع مختلف الاقتصاديين على ضرورة توفر أربع شروط أساسية لأي تنظيم سوقي لكي يوصف بأنه سوق منافسة تامة هي:

1- وجود عدد كبير من الباعة والمشتريين للسلعة، للحد الذي يجعل لكل منهم تأثير مهمل-منعدم- على السعر بتصرفاته الخاصة، وهذا ما يعني أن التغير في إنتاج إحدى المؤسسات لن يكون له أي تأثير على السعر السائد في السوق، وبالمثل فإن كل مشتري للسلعة يكون شأنه صغير جدا، ولا تمكنه تصرفاته الخاصة بتغيير الكمية المطلوبة من الحصول على تخفيض في السعر، وكذلك شروط الدفع، وأيضا يتعدى هذا الشرط حالة عدم تأثير الانسحاب من السوق وكذلك الحضور إليها بعد الغياب من طرف الباعة والمشتريين على السعر، وبالتالي تكون كل المؤسسات آخذة للسعر في حالة سوق المنافسة الكاملة، عكس السوق الاحتكاري أين تكون صانعة للسعر.

2- التطابق التام لإنتاج كل المؤسسات، أو تجانس وحدات السلعة، وهو ما يصعب على المشتري تبعا لذلك التمييز بين إنتاج احد المؤسسات وإنتاج غيرها، وبالتالي يتساوى حظ المؤسسات البائعة في التعامل مع أي من المشتريين، مع العلم أن تساوي الحظ السابق لا يرجع فقط إلى الخصائص الطبيعية للسلعة بل يتعداه إلى البيئة التي يتم فيها عقد الصفقات، والتي يشترط فيها التطابق، كطريقة معاملة البائع ومكان تواجده الذي من المفروض أن لا يطرح إشكالية اختلاف تكلفة الحصول على السلعة.

3- حرية الدخول والخروج، وهنا الحرية في الدخول والخروج مثلما نقصدها من صناعة لأخرى، نقصدها كذلك من الناحية الجغرافية، أي أن الموارد تتميز بالقدرة المطلقة على التحرك سواء جغرافيا أو من صناعة لأخرى، وهو ما يستلزم عدم وجود قيود سواء تشريعية، مالية أو تقنية للدخول للصناعة أو الخروج منها، وهذا ما يجعل العدد كبير من العارضين للسلعة.

4- الشفافية المطلقة بشأن ما يجري في السوق، بمعنى أن كل المعلومات الاقتصادية متوفرة لدى كل أعوان السوق-المعلومات نقصد بها هنا: السعر، التكلفة، الأجور،الخ-، وبالتالي فإن المشتري لن يدفع لقاء السلعة أعلى مما يجب، وفروق الأسعار سرعان ما تختفي ويسود سوق السلعة السعر الواحد.

بالنظر للشروط الأربعة السابقة الذكر نستنتج أنه لا يوجد في الحياة الاقتصادية سوق يسمى سوق المنافسة الكاملة، وإنما هناك أسواق تقترب بخصائصها من نموذج المنافسة الكاملة، فعلى سبيل المثال لو أقمنا مقارنة بين صناعة: السيارات، السجائر، الصحف والقمح، سنجد أن الصناعة الأخيرة أي القمح هي الأكثر قربا من نموذج المنافسة الكاملة، لأن القمح سلعة تقريبا متجانسة على عكس المنتجات الأخرى، فضلا على أن الدخول لصناعة القمح لا يستلزم رؤوس أموال ضخمة كباقي الصناعات، بالإضافة إلى أن عدد البائعين في الصناعات الثلاثة الأولى قليل وإنتاجها متباين عكس زراعة القمح.

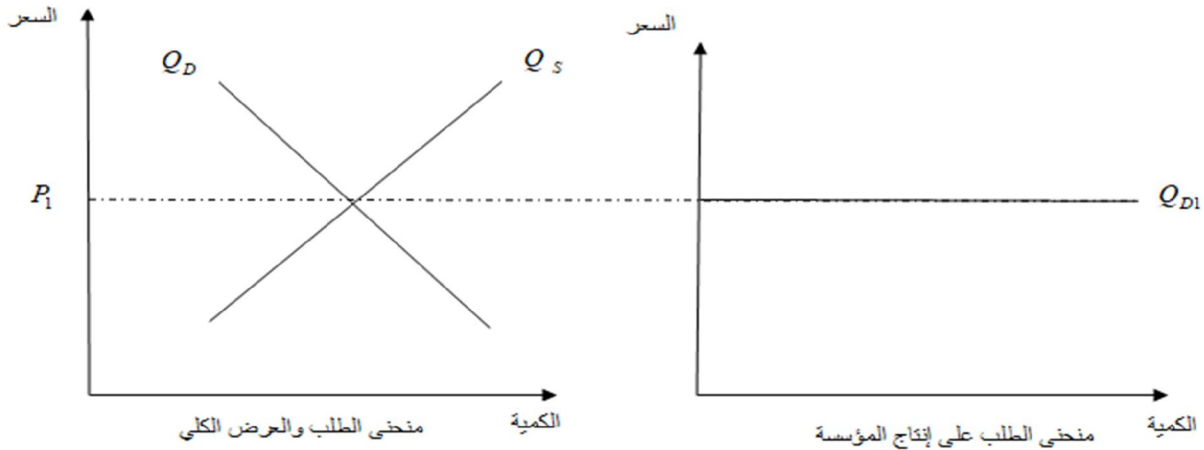
ما سبق يجرنا إلى الحديث عن فوائد نموذج المنافسة الكاملة، والتي نوجزها في:

- يعتبر نموذج المنافسة الكاملة الحالة المثلى للاقتصاد من حيث الأسعار، الإنتاج ومستوى استخدام الموارد الاقتصادية، لهذا يعتبر مرجعا للمقارنة بنظم السوق الأخرى والتي يمكن أن تتواجد في الحياة الواقعية.

- رغم فرضياته البعيدة نوعا ما عن السيرورة الحقيقية للأسواق يكون نموذج المنافسة المثلى قادر على تقديم تنبؤات مقبولة حول مسيرة السوق عندما تحدث تغيرات خارجية، منها الضرائب، فرض حدود عليا على أسعار البيع وكذلك فرض أسعار دنيا.

عندما تجتمع كل شروط نموذج المنافسة الكاملة، فإنه ليس بإمكان أي من الباعة أو المشتريين التأثير على سعر السوق بتصرفاته الخاصة، وإنما يتحدد هذا الأخير بإشراك كل منتجي السلعة وكل طالبيها، بعبارة أخرى يتحدد بتقاطع دوال الطلب الإجمالي ودوال العرض الإجمالي-يتحدد سعر السوق بقوى العرض والطلب-، أي أن المؤسسة لا تستطيع أن تؤثر على السعر بالزيادة أو التخفيض في عرض السلعة، وعليه

فهي تباع بالسعر السائد في السوق، مما يجعل هذه الأخيرة تواجه منحنى طلب لانهائي المرونة-خط مستقيم موازي لمحور الكميات، ويرتفع عنه بمقدار السعر السائد في السوق - ، كما يوضحه الشكل الموالي:



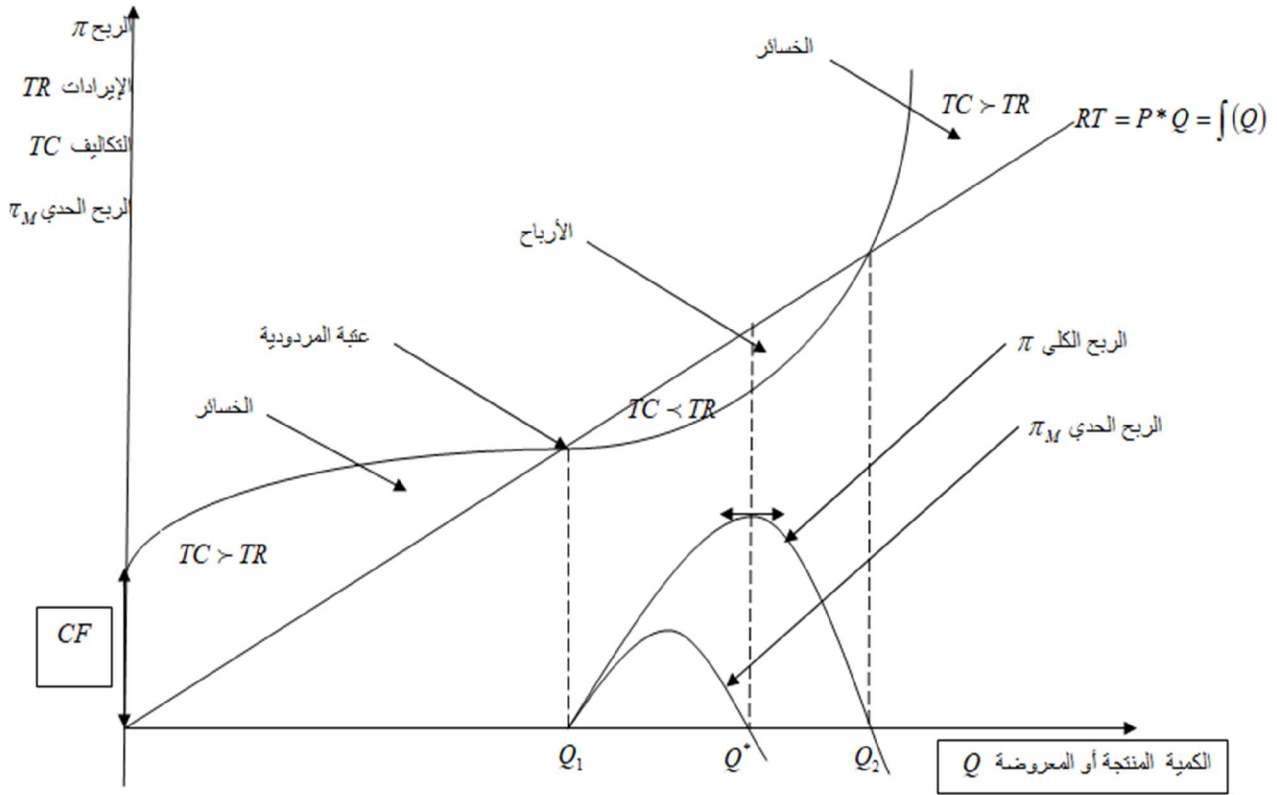
ثانيا- التوازن في المدى القصير.

في هذا الجزء من الدراسة سنحاول اشتقاق توازن الصناعة، وهذا يتطلب كخطوة أولى تحديد منحنى عرض السوق، والذي يمثل منحنيات عرض المتنافسين-المؤسسات-، ولأن منحنى عرض المتنافس ما هو إلا مجموع نقاط توازنه، فإن الأمر يتطلب في البداية كخطوة أولى اشتقاق توازن المتنافس.

1-توازن المؤسسة-المتنافس-: بصفة عامة يكون المنتج الذي ينشط في سوق المنافسة الكاملة في حالة توازن عند ذلك المستوى من الناتج الذي يحقق له أعظم ربح إجمالي $Max\pi$ ، يقسم الأسلوب من الناحية الرياضية وكذلك البيانية المطبق لحساب المستوى السابق إلى قسمين هما:

أ-مدخل الإجماليات: بيانيا بحسب هذا المدخل فإن الكمية المعروضة التي تضمن تحقيق توازن المتنافس هي التي تضمن أكبر فرق بين الإيراد الكلي $RT(Q)$ والتكلفة الكلية $TC(Q)$ ، جبريا نحسب الربح الكلي بالنسبة للكمية $\pi(Q)$ ، والذي يساوي الفرق بين الإيراد الكلي والتكلفة الكلية $\pi(Q) = RT(Q) - TC(Q)$ ، ثم نطبق عليه الشرط الرياضي المتعلق بالتعظيم أو التمنية والمتمثل في كون مشتق النتيجة السابقة بالنسبة للكمية يساوي الصفر $\frac{\Delta\pi}{\Delta Q} = 0$ ، ولأن هذا الشرط لازم ولكنه غير كاف-مثلا يعطينا النهاية العظمى، يعطينا كذلك النهاية

الصغرى-فإننا نضيف له الشرط الثاني والمتمثل في كون المشتقة الثانية لدالة الربح الكلي بالنسبة للكمية تكون سالبة $\frac{\Delta^2 \pi}{\Delta Q^2} \leq 0$ -للدلالة على أن نهاية الربح الكلي هي عظمى- بيانيا تظهر هذه الحالة كما في الشكل الموالي:



A

تكون الإستراتيجية الأساسية التي تقود المؤسسة في إنتاج وعرض منتجاتها ممثلة في المقارنة بين الإيراد الكلي والنفقة الكلية، المقارنة السابقة من خلال الشكل السابق، تعطينا الحالات التالية :

-إذا كان عرض المؤسسة محصور بين $Q \in [0, Q_1]$ ، فإنها ستحقق خسائر ذلك أن التكلفة الكلية في هذا المجال تفوق الإيراد الكلي-منحنى التكلفة الكلية يقع أعلى منحنى الإيراد الكلي-.

-إذا كان إنتاج المؤسسة وبالتالي عرضها يساوي ، فإنها تحقق نتيجة مقدارها الصفر، لذلك يسمى هذا المستوى من الإنتاج بعتبة المردودية.

-إذا كان إنتاج المؤسسة محصور بين $Q \in [Q_1, Q_2]$ ، فإنها ستحقق أرباح ممثلة في الفرق بين منحنى الإيراد الكلي والتكلفة الكلية، إلا أن أحسن مستوى بين المستويين السابقين يتحقق عند Q^* ، لان هذا المستوى يضمن

أكبر فرق بين الإيراد الكلي والتكلفة الكلية، لهذا يسمى هذا المستوى الإنتاجي بنقطة التوازن في الأجل القصير.

إذا فاق إنتاج المؤسسة المستوى Q_2 ، فإن التكلفة الكلية تفوق مرة أخرى الإيراد الكلي، وبالتالي يتميز هذا المستوى الإنتاجي بتحقيق خسائر.

مثال: تعمل مؤسسة في سوق تسوده المنافسة الكاملة، وكانت دالة الطلب الكلي بدلالة السعر ممثلة بالدالة $Q_D = 12 - \frac{3}{5}P$ ، في حين قدرت دالة العرض الكلي بالمعادلة $Q_S = \frac{3}{5}P$ ، إذا كانت دالة التكلفة الكلية للمؤسسة السابقة تأخذ الصيغة التالية:

$$TC = \frac{1}{2}Q^3 - 4Q^2 + 16Q + 2$$

إيجاد مستوى الإنتاج الذي يضمن توازن المؤسسة.

الحل: لإيجاد مستوى الإنتاج المطلوب فإننا نتبع الخطوات التالية:

1- تحديد سعر التوازن في السوق، وهذا من خلال تساوي الكمية المطلوبة مع تلك المعروضة كالتالي:

$$\begin{aligned} Q_S = Q_D &\Leftrightarrow \frac{3}{5}P = 12 - \frac{3}{5}P \\ \Rightarrow \frac{6}{5}P &= 12 \Rightarrow P = \frac{12 \cdot 5}{6} = 10 \text{ دج} \end{aligned}$$

2- حساب الربح الكلي.

$$\begin{aligned} \pi = TR - TC &\Rightarrow \pi = 10Q - \frac{1}{2}Q^3 + 4Q^2 - 16Q - 2 \\ \Rightarrow \pi &= -\frac{1}{2}Q^3 + 4Q^2 - 6Q - 2 \end{aligned}$$

3- حساب الربح الحدي ومساواة النتيجة للصفر.

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\pi}{\Delta Q} &= -\frac{3}{2}Q^2 + 8Q - 6 = 0 \\ \Delta &= b^2 - 4ac = (8)^2 - 4\left(-\frac{3}{2}\right)(-6) = 64 - 36 = 28 \\ \Delta &= 100 \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8 - 5.29}{-3} = 4.43 \\ Q_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8 + 5.29}{-3} = 0.9 \end{cases} \end{aligned}$$

المنطق أننا نقبل الحلين تطبيقاً لشرط التوازن الأول، إلا أنه شرط لازم لكن غير كافٍ يعطينا النقاط القصوى والدنيا كذلك على مستوى دالة الربح الكلي-، لهذا نلجأ لتطبيق الشرط الثاني للتوازن، والذي بموجبه سيقبل حل واحد فقط كالتالي:

$$\frac{\Delta^2 \pi}{\Delta Q^2} < 0 \Rightarrow -3Q + 8 < 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Q = 0.9 \Rightarrow -3(0.9) + 8 = 5.3 < 0 \\ Q = 4.43 \Rightarrow -3(4.43) + 8 = -5.29 < 0 \end{cases}$$

هذا يعني أن النهاية العظمى لدالة الربح تتحقق لما تكون الكمية تساوي 4.43 وحدة ذلك أنها تحقق كون المشتق الثاني لدالة الربح سالبة عند التوازن، وعليه فإننا نقبل الكمية 4.43 وحدة ونرفض الأخرى، ومنه نجد أن الربح يساوي:

$$\pi = -\frac{1}{2}(4.43)^3 + 4(4.43)^2 - 6(4.43) - 2 = -43.47 + 78.5 - 26.58 - 2 = 6.45$$

ب-مدخل الحديد: بحسب هذا المدخل تكون المؤسسة في حالة توازن عند ذلك المستوى من الإنتاج الذي يتساوى فيه الإيراد الحدي RM أو السعر P مع التكلفة الحدية CM عندما تكون هذه الأخيرة متزايدة، وهي في الحقيقة تطبيق للقاعدة الذهبية السابقة-الربح الكلي أعظمي معناه مشتقته بالنسبة للكمية تساوي الصفر-، وهذا ما نعبر عنه رياضياً كالتالي للوصول إلى النتيجة السابقة:

$$\pi = P * Q - TC$$

$$\Rightarrow \text{Max} \pi \Leftrightarrow \frac{\Delta \pi}{\Delta Q} = 0$$

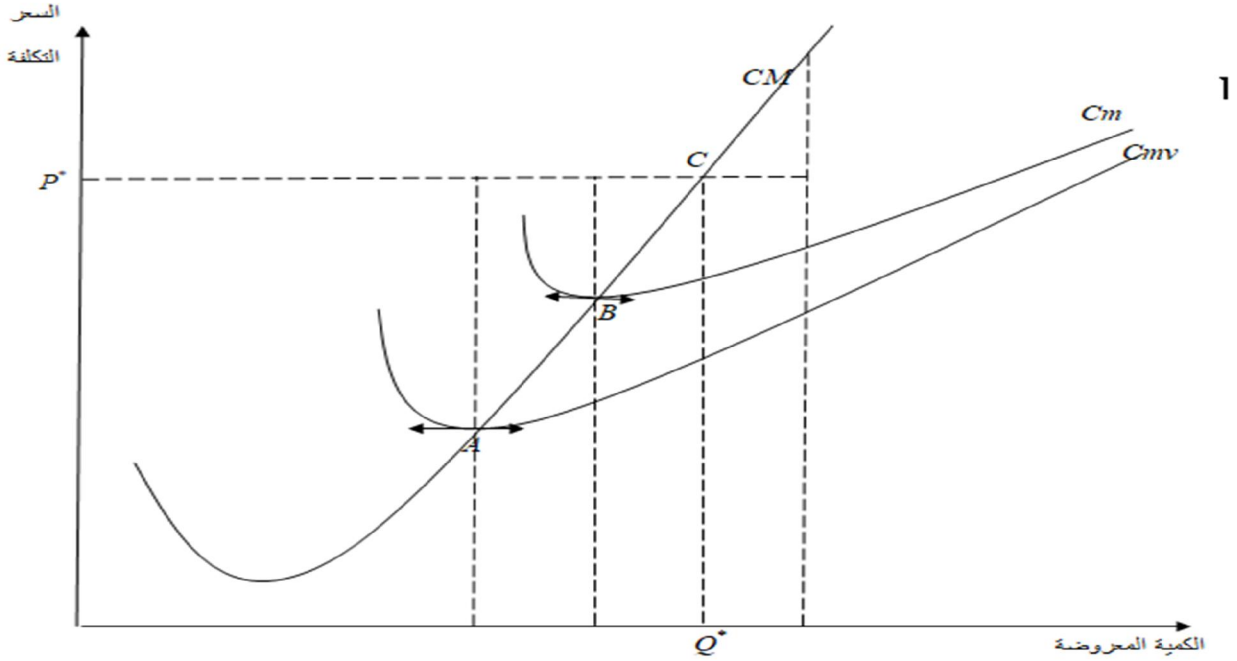
$$\frac{\Delta \pi}{\Delta Q} = 0 \Leftrightarrow \frac{\Delta(P * Q)}{\Delta Q} - \frac{\Delta TC}{\Delta Q} = 0 \Leftrightarrow P = CM$$

أما الشرط الثاني للتوازن والمتمثل في كون الشرط الأول يعبر عن نهاية عظمى وليس دنيا، فإننا نتحصل عليه رياضياً بالطريقة التالية:

$$\pi = P * Q - TC \Rightarrow \frac{\Delta^2 \pi}{\Delta Q^2} < 0 \Rightarrow \frac{\Delta P}{\Delta Q} - \frac{\Delta CM}{\Delta Q} < 0$$

لأن المشتق الأول لدالة الإيراد الحدي في سوق المنافسة المثلى دائماً معدوم، فإن المساواة السابقة تتحقق فقط إذا كان المشتق الأول لدالة التكلفة الحدية موجب تماماً، وهذا ما نعبر عنه رياضياً على أساس أنه الشرط الثاني للتوازن بالطريقة التالية:

$$\frac{\Delta CM}{\Delta Q} > 0$$



في الشكل أعلاه يتحقق التوازن عند المستوى Q^* لما يكون سعر السوق هو P^* ، ولو حاولنا تفسير نقطة التوازن هندسياً، فإذا كان السعر السائد في السوق هو P^* فمن صالح المؤسسة التوسع في الإنتاج والبيع مادام الربح الحدي-السعر-أكبر من التكلفة الحدية-لأنه كلما باعت أكثر سيرتفع الربح الكلي-، كما سيكون من غير صالحها تجاوز الكمية أين يكون الربح الحدي أقل من التكلفة الحدية-كلما أنتجت وباعت أكثر سينخفض الربح الكلي-، وكل ما سبق يتحقق عند النقطة C أين يتحقق الشرط السابق $CM = P$ ، مع العلم أن:

-مستوى الإنتاج الموافق للمستوى Q_1 في الشكل لما يكون السعر السائد في السوق هو P_1 ، يسمى حد الإغلاق، والذي عنده تكون مواصلة المؤسسة في الإنتاج أو العرض أو انسحابها يؤديان إلى نفس النتيجة، والتي تتمثل في تحمل التكاليف الثابتة كاملة، إلا أنه من الأفضل للمؤسسة الاستمرار لتحافظ على زبائنها، أما إذا انخفض السعر السائد في السوق عن المستوى السابق ستضطر المؤسسة لإغلاق أبوابها، ذلك أنه ليس بإمكانها تغطية نفقاتها الجارية-المتغيرة-.

- مستوى الإنتاج الموافق للمستوى Q_2 في الشكل لما يكون السعر السائد في السوق هو P_2 ، يسمى عتبة المردودية، وعلى الرغم من أن الربح معدوم، إلا أنها تحقق ربح بحت، لهذا تتصح المؤسسة بالاستمرار لأنها تغطي تكاليفها الثابتة والمتغيرة .

- أما إذا كان سعر السوق محصور بين P_1 و P_2 ، ففي هذه الحالة بالرغم من أن المؤسسة تحقق خسارة مقدارها جزء من التكلفة الثابتة، إلا أنه ينتظر منها الاستمرار في المدى القصير حفاظا على زبائنها.
مثال: سنأخذ نفس معطيات المثال السابق، والمطلوب إيجاد المستوى من الإنتاج الذي يحقق التوازن للمؤسسة السابقة باستخدام تقنيات المدخل الحدي، ثم حدد سعر وكمية الإغلاق.

الحل:

1- تحديد سعر التوازن في السوق، وهذا من خلال تساوي الكمية المطلوبة مع تلك المعروضة كالتالي:

$$Q_s = Q_d \Leftrightarrow \frac{3}{5}P = 12 - \frac{3}{5}P$$

$$\Rightarrow \frac{6}{5}P = 12 \Rightarrow P = \frac{12 \times 5}{6} = 10 \text{ دج}$$

2- حساب العبارة الرياضية للتكلفة الحدية ونساويها للسعر.

$$TC = \frac{1}{2}Q^3 - 4Q^2 + 16Q + 2 \Rightarrow CM = \frac{\Delta TC}{\Delta Q}$$

$$\Rightarrow CM = \frac{3}{2}Q^2 - 8Q + 16$$

$$CM = P \Leftrightarrow \frac{3}{2}Q^2 - 8Q + 16 = 10 \Leftrightarrow \frac{3}{2}Q^2 - 8Q + 6 = 0$$

نحسب المميز فنجد:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4\left(\frac{3}{2}\right)(6) = 28$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Q_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 - 5.29}{3} = 0.9 \\ Q_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 + 5.29}{3} = 4.43 \end{cases}$$

بنفس المنطق الرياضي المشروح سابقا، فإننا نبحث عن حل واحد فقط، لهذا نطبق الشرط الرياضي الثاني

كالتالي:

$$\frac{\Delta CM}{\Delta Q} > 0 \Leftrightarrow 3Q - 8 > 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Q = 0.9 \Rightarrow 3(0.9) - 8 = -5.3 > 0 \dots\dots\dots (1) \\ Q = 4.43 \Rightarrow 3(4.43) - 8 > 0 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

نلاحظ أن المعادلة الأولى غير محققة في حين الثانية محققة، وعليه فمستوى الإنتاج المطلوب والذي يكون هو 4.43 وحدة، أما التكلفة المتوسطة والربح المحقق في هذه الحالة هو:

$$Cm = \frac{TC}{Q} = \frac{1}{2}(4.43)^2 - 4(4.43) + 16 + \frac{2}{4.43} = 9.81 - 17.72 + 16 + 0.45 = 8.54$$

$$\pi = (P - Cm)Q = (10 - 8.54)4.43 = 6.46$$

وهو نفس الربح المحقق بتطبيق مدخل الإجماليات.

3- سعر وكمية الإغلاق: يتساوى سعر الإغلاق مع القيمة الدنيا لمتوسط التكلفة المتغيرة، أي:

$$P = Cmv_{Min}$$

$$Cmv_{Min} \Rightarrow \frac{\Delta Cmv}{\Delta Q} = 0$$

$$CV = \frac{1}{2}Q^3 - 4Q^2 + 16Q \Rightarrow Cmv = \frac{CV}{Q} = \frac{1}{2}Q^2 - 4Q + 16$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta Cmv}{\Delta Q} = Q - 4 = 0 \Rightarrow Q = 4 \Rightarrow P = Cmv_{Min} = \frac{1}{2}(4)^2 - 4(4) + 16 = 8$$

وعليه فإن أدنى سعر يمكن المتنافس من البقاء في السوق في الأجل القصير هو 8 دج، في حين قدرت

كمية الإغلاق 4 وحدات.

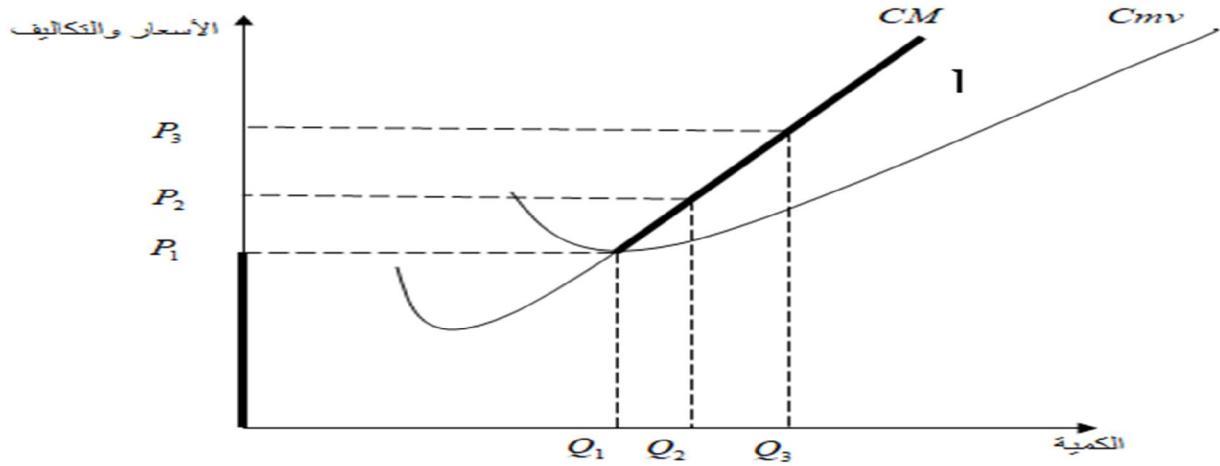
2- منحنى عرض المتنافس: يتم الحصول على منحنى عرض المتنافس من خلال الربط بين مختلف نقاط

توازنه والناجمة من التغير في السعر السائد في السوق، من الشكل الموالي يعرف منحنى عرض المؤسسة-

المتنافس- من الناحية الهندسية في المدى القصير في سوق منافسة كاملة بأنه الجزء المتزايد من منحنى التكلفة

الحدية ابتداء من النقطة الدنيا لمنحنى التكلفة المتوسطة المتغيرة، أي يمثل الجزء المتزايد من منحنى التكلفة

الحدية انطلاقاً من نقطة الإغلاق.



من البيان السابق تكون دالة عرض المؤسسة ممثلة في الجزء المتزايد من منحنى التكلفة الحدية إذا كان سعر السوق أكبر أو يساوي أدنى نقطة على منحنى التكلفة المتوسطة المتغيرة، والجزء العمودي -التسمية- إذا كان سعر السوق أقل تماماً من أدنى نقطة على منحنى التكلفة المتوسطة المتغيرة، وهذا ما نعبر عنه رياضياً بالشكل التالي:

$$Q_{s1} = \int (P) \Leftrightarrow \begin{cases} P = CM \dots \dots \dots si P \geq MinCmv \\ 0 \dots \dots \dots si P < MinCmv \end{cases}$$

مثال: إذا كانت دالة تكلفة مؤسسة تعمل في سوق منافسة تامة تأخذ الشكل التالي:

$$TC = 0.1Q^3 - 2Q^2 + 15Q + 10$$

فالمطلوب هو إيجاد دالة عرض المؤسسة السابقة.

الحل:

1- حساب أدنى قيمة للتكلفة المتوسطة المتغيرة كالتالي:

$$Cmv = \frac{CV}{Q} = \frac{0.1Q^3 - 2Q^2 + 15Q}{Q} = 0.1Q^2 - 2Q + 15$$

$$MinCmv \Leftrightarrow \frac{\Delta Cmv}{\Delta Q} = 0 \Rightarrow 0.2Q - 2 = 0 \Rightarrow Q = 10$$

$$\Rightarrow MinCmv = 0.1(10)^2 - 2(10) + 15 = 5 \text{ دج}$$

2- إيجاد دالة العرض من أجل السعر أكبر من 5 دج كالتالي:

$$CM = P \Leftrightarrow 0.3Q^2 - 4Q + 15 = P \Leftrightarrow 0.3Q^2 - 4Q + (15 - P) = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(0.3)(15 - P) = 16 - 18 + 1.2P = -2 + 1.2P > 0 \dots P \geq 5$$

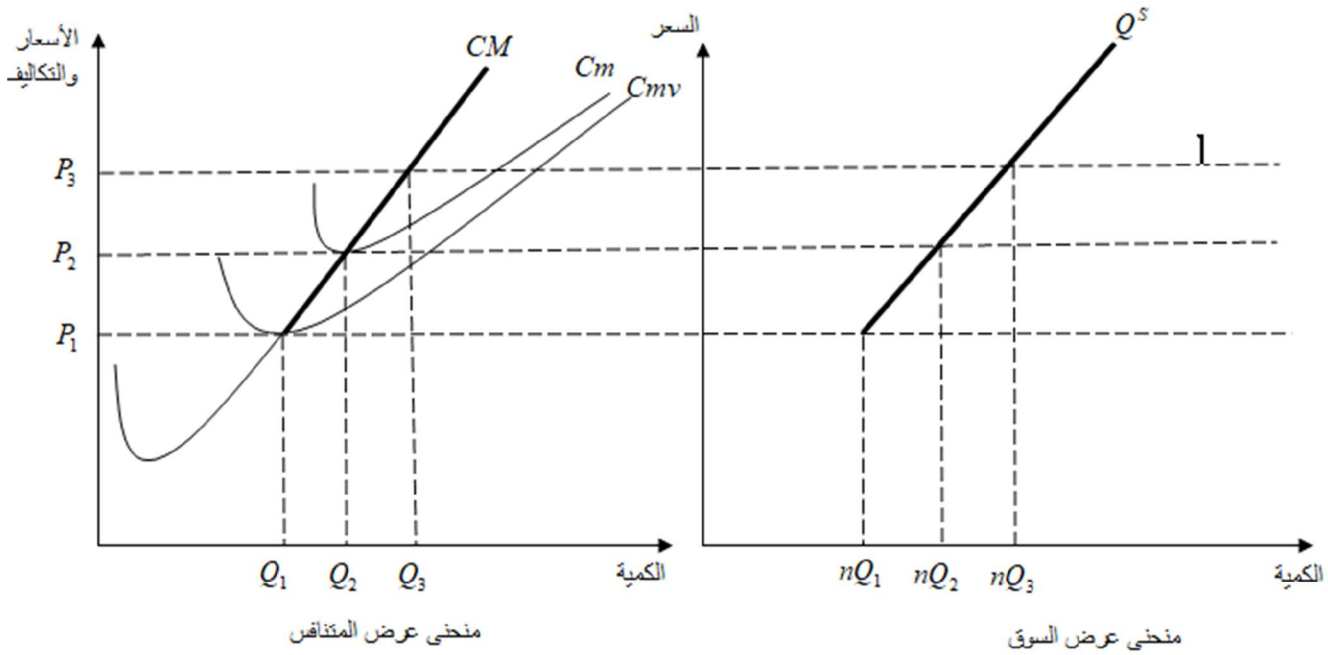
$$\Rightarrow \begin{cases} Q_1 = \frac{4 + \sqrt{1.2P - 2}}{0.6} \dots (P \geq 5) \\ Q_2 = \frac{4 - \sqrt{1.2P - 2}}{0.6} \dots (P \geq 5) \end{cases}$$

بأخذ الجذر الموجب فقط لأنه يعكس قانون العرض-العلاقة الطردية بين الكمية المعروضة من سلعة ما

وسعرها، نحصل على دالة العرض كالتالي:

$$Q^s = \int (P) = \begin{cases} Q^s = \frac{4}{0.6} + \frac{\sqrt{1.2P - 2}}{0.6} \dots (P \geq 5) \\ 0 \dots (P < 5) \end{cases}$$

3- منحنى عرض السوق: هنا لا بد من التفرقة بين عرض السوق ومنحنى العرض، فالأول يعني الكمية المعروضة أما الثاني فهو المنحنى الذي يصور العلاقة بين الكمية المعروضة من سلعة ما من طرف جميع المؤسسات الناشطة في السوق من جهة، وبين السعر السائد في هذا السوق من جهة أخرى، بياناً يتم الحصول عليه من خلال الجمع الأفقي لجميع منحنيات عرض المؤسسات الناشطة في سوق المنافسة التامة، على أساس أن الكمية المعروضة من سلعة ما عند سعر معين هي مجموع الكميات المعروضة من طرف جميع المؤسسات المنتجة لهذه السلعة عند نفس السعر، وهو يتأثر بمجموعة من العوامل، يأتي في مقدمها العامل التكنولوجي، الذي يشير إلى التطورات التقنية في إنتاج السلعة، بحيث كلما حدثت تطورات ينتقل منحنى عرض السوق ناحية اليمين، ليدل ذلك على أنه أصبح بالإمكان بيع كميات أكبر عند نفس السعر، كذلك يتأثر بعدد المؤسسات العارضة، بحيث كلما زاد عدد هذه الأخيرة، أصبح بالإمكان بيع كميات أكبر عند نفس السعر، فضلاً على تأثره بأسعار عوامل الإنتاج، بحيث كلما ارتفعت أسعار العوامل السابقة انتقل منحنى العرض نحو اليسار، دالاً بذلك على إمكانية عرض كميات أقل عند سعر السوق الحالي، مثلاً على افتراض وجود n مؤسسة متماثلة ناشطة في سوق المنافسة الكاملة، فإن منحنى عرض السوق يتم الحصول عليه بياناً بمعرفة منحنى عرض مؤسسة واحدة كما في الشكل الموالي:



مثال 1: خذ نفس معطيات المثال السابق، وافترض وجود 75 مؤسسة متماثلة تعرض السلعة في السوق، والمطلوب إيجاد دالة عرض السوق.

الحل: لإيجاد دالة عرض السوق فإننا نضرب الكمية المحصل عليها سابقا في 75 كالتالي:

$$Q^S = \int (P) \Leftrightarrow \begin{cases} Q^S = 500 + 125\sqrt{1.2P - 2} & \text{if } P \geq 5 \\ Q^S = 0 & \text{if } P < 5 \end{cases}$$

مثال 2: سوق منافسة تامة يتكون من مجموعتين من المؤسسات، تعداد المجموعة الأولى 75 مؤسسة ودالة تكاليف كل منها معطاة بالعلاقة التالية: $TC = 0.1Q^3 - 2Q^2 + 15Q + 10$ ، والمجموعة الثانية تتكون من 100 مؤسسة، تكاليف كل واحدة منها تأخذ الصيغة الرياضية التالية: $TC = Q^3 - 5Q^2 + 13Q + 2$ ، والمطلوب هو إيجاد دالة عرض السوق في المدى القصير.

الحل: تم في المثال السابق إيجاد دالة عرض السوق في المدى القصير للنوع الأول من أنواع المؤسسات، بقي أن نحدد نفس دالة العرض السابقة للنوع الثاني كما يلي:

1- دالة عرض المؤسسة الواحدة وهذا من خلال تحديد سعر الإغلاق كما يلي:

$$Cmv = \frac{CV}{Q} = \frac{Q^3 - 5Q^2 + 13Q}{Q} = Q^2 - 5Q + 13$$

$$MinCmv \Leftrightarrow \frac{\Delta Cmv}{\Delta Q} = 0 \Rightarrow 2Q - 5 = 0 \Rightarrow Q = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow MinCmv = (2.5)^2 - 5(2.5) + 13 = 6.75 \text{ ج د}$$

2- دالة عرض المؤسسة الواحدة تأخذ الشكل التالي:

$$CM = P \Leftrightarrow 3Q^2 - 10Q + 13 = P \Rightarrow 3Q^2 - 10Q + 13 - P = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-10)^2 - 4(3)(13 - P) = 100 + 12P - 156$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Q = \frac{10 + \sqrt{100 + 12P - 156}}{6} \\ Q = \frac{10 - \sqrt{100 + 12P - 156}}{6} \end{cases}$$

بأخذ الجذر الموجب فقط نجد أن دالة عرض المؤسسة تأخذ الشكل التالي:

$$Q = \int(P) \Leftrightarrow \begin{cases} Q = \frac{10}{6} + \frac{\sqrt{100 + 12P - 156}}{6} \dots \text{si } P \geq 6.75 \\ Q = 0 \dots \text{si } P < 6.75 \end{cases}$$

3- تحديد دالة عرض السوق كما يلي:

$$Q^S = \int(P) \Leftrightarrow \begin{cases} Q^S = \sum_{l=1}^{75} Q_1^S + \sum_{l=1}^{100} Q_2^S = \frac{3000}{6} + 125\sqrt{1.2P - 2} + \frac{100\sqrt{1.2P - 56}}{6} \dots \text{si } P \geq 6.75 \\ Q^S = \sum_{l=1}^{75} Q_1^S = 500 + 125\sqrt{1.2P - 2} \dots \text{si } 5 \leq p < 6.75 \\ 0 \dots \text{si } P < 5 \end{cases}$$

4- مرونة العرض وفائض المنتج.

أ- مرونة العرض: لاتخاذ قرارات الإنتاج يحتاج المنتج إلى معرفة أكثر من مجرد العلاقة الطردية بين الكمية المعروضة والسعر، فهو بحاجة لمقياس يقيس درجة استجابة هذه الأخيرة نتيجة تغير سعرها خلال فترة زمنية معينة مع ثبات العوامل الأخرى، يسمى هذا المقياس في الأدبيات الاقتصادية مرونة العرض السعرية، والذي يعرف على أنه نسبة التغير في الكمية المعروضة إذا تغير السعر بنسبة 1%، أو هي التغير النسبي في

الكمية المعروضة والناتج من تغير نسبي في سعرها في ظل افتراض ثبات باقي محددات العرض، وهي تحسب رياضيا وفق الطريقة التالية:

$$e_Q = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta P}{P}} = \frac{\Delta Q}{Q} * \frac{P}{\Delta P} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} * \frac{P}{Q}$$

ما تجدر الإشارة له هو أن مرونة العرض تتراوح قيمتها بين الصفر والمالانهاية ، بحيث:

– مرونة العرض تساوي الصفر، وهي تعني انعدام استجابة الكمية المعروضة لأي تغير في السعر، وفي هذه الحالة يوصف العرض بأنه غير مرّن تماما.

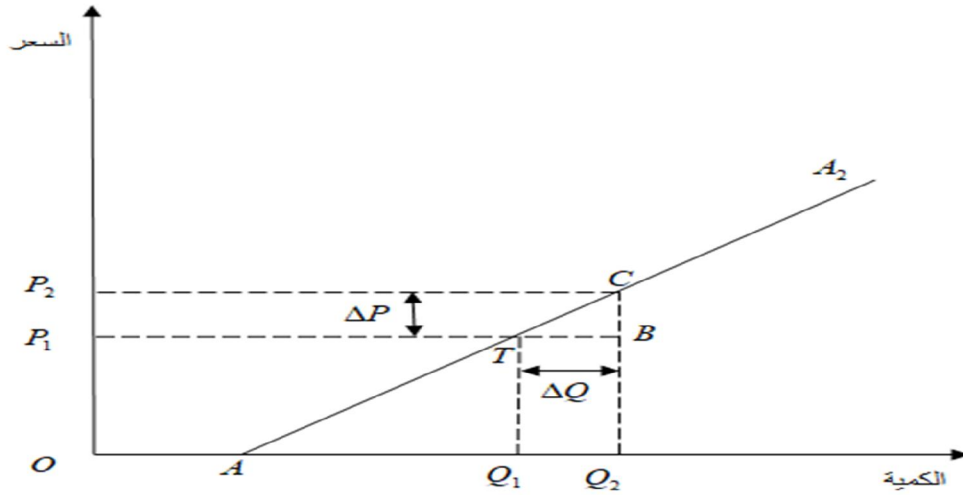
– مرونة العرض محصورة بين الصفر والواحد، وهي تعني أن التغير النسبي في الكمية المعروضة يكون اقل من التغير النسبي في السعر، لذلك يوصف العرض في هذه الحالة بأنه غير مرّن.

– مرونة العرض اكبر تماما من الواحد، وهي تشير إلى أن التغير النسبي في الكمية المعروضة يفوق التغير النسبي في السعر، لذلك يوصف العرض في هذه الحالة بأنه مرّن.

– مرونة العرض تساوي الواحد، وينصرف معناها إلى أن الكمية المعروضة تتغير بنفس نسبة التغير في السعر، لهذا يوصف العرض في هذه الحالة بأنه متكافئ المرونة.

– مرونة العرض تساوي المالانهاية، والتي تعني أن تغير طفيف جدا في السعر يؤدي إلى تغير لانهاية في الكمية المعروضة، لذلك يوصف العرض في هذه الحالة بأنه لانهاية المرونة.

يمكننا استخدام الطريقة البيانية التالية لاستنتاج الحالات العامة لمرونة العرض:

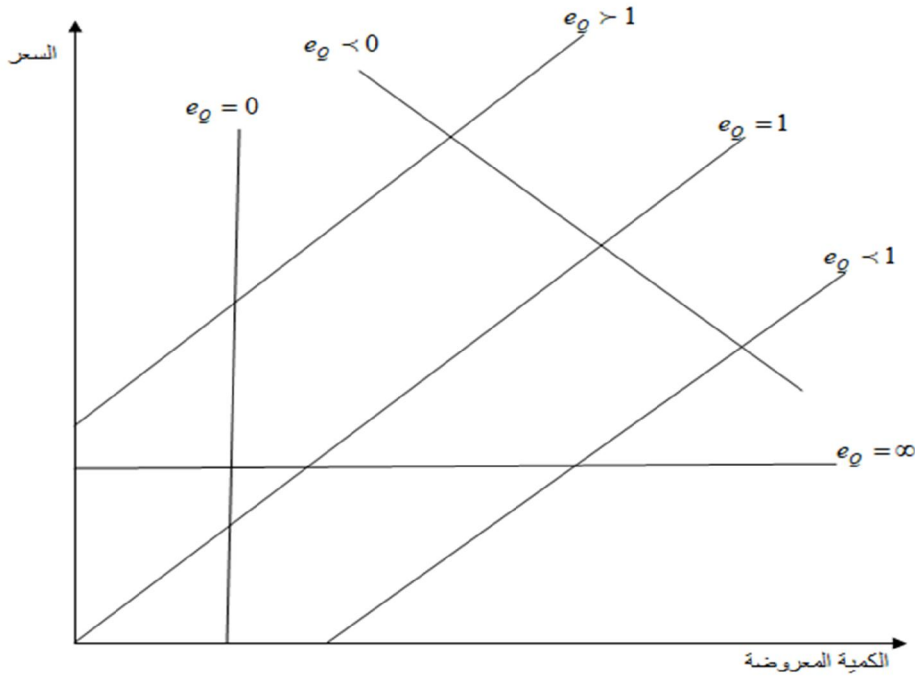


لنفترض منتج-مؤسسة-يُنتج الكمية Q_1 ويبيعها بالسعر P_1 ، ولنفترض أنه حدث تغير طفيف في السعر إلى P_1 وطلب منا حساب المرونة عند النقطة T ، نستعمل القانون الذي نستنتجه كما يلي:

$$e_Q = \frac{\Delta Q}{\Delta P} * \frac{P}{Q} = \frac{TB}{CP} * \frac{OP_1}{OQ_1} = \frac{AQ_1}{TQ_1} * \frac{BQ_2}{OQ_1}$$

$$\Rightarrow e_Q = \frac{AQ_1}{BQ_2} * \frac{BQ_2}{OQ_1} = \frac{AQ_1}{OQ_1}$$

وهو ما يعني أنه يمكن حساب المرونة عند أي نقطة على خط الطلب السابق بدلالة محور الكمية على أساس أنها تساوي المسافة المحصورة بين الكمية المقابلة لهذه النقطة وتقاطع منحنى العرض مع محور الكمية قسمة الطول المحصور بين نقطة الأصل والكمية المقابلة لهذه النقطة، وعلى هذا الأساس نستنتج أن مرونة جميع نقاط الخط السابق الذي يقطع محور الكميات تكون أقل من الواحد، ومنه يمكننا استنتاج الحالات العامة لمرونة العرض والتي يلخصها الشكل التالي:



مثال: لنفترض أن دالة عرض إحدى المؤسسات تأخذ الصيغة الرياضية التالية:

$$P = \frac{1}{3}Q - 0.5$$

1- احسب قيمة المرونة عند السعر 5.5 دج بطريقتين مختلفتين.

2- علق على النتيجة.

الحل:

1- حساب المرونة عند السعر 5.5 دج: نحسب الكمية الموافقة للسعر السابق كالتالي:

$$p = \frac{1}{3}Q - 0.5 \Rightarrow Q = 3P + 1.5 \Rightarrow Q = 3(5.5) + 1.5 = 18$$

$$\Rightarrow e_Q = \frac{\Delta Q}{\Delta P} * \frac{P}{Q} = 3 * \frac{5.5}{18} = 0.91$$

يمكننا حساب قيمة المرونة بطريقة أخرى، بحيث نجد نقطة تقاطع خط الطلب مع محور الكميات كما يلي:

$$P = 0 \Rightarrow Q = 3(0) + 1.5 = 1.5 \Rightarrow e_Q = \frac{18 - 1.5}{18} = 0.91$$

2- التعليق على النتيجة: نلاحظ أن مرونة الطلب تساوي 0.91 وهو ما يعني أن الكمية المعروضة تتغير

بنسبة 0.91% إذا تغير السعر بنسبة 1%، بمعنى أن الكمية تستجيب بنسبة اصغر من نسبة تغير السعر.

ب-العوامل المؤثرة على مرونة العرض: هناك مجموعة من العوامل تعتبر كمحددات لمرونة العرض أهمها:

-الطاقة الإنتاجية: بحيث كلما توفرت للمنتج القدرة على زيادة الإنتاج والتوسع فيه من سلعة معينة كلما تميز العرض بالمرونة، في حين الحالة العكسية هي صحيحة، أي لما لا يمتلك المنتج القدرة على زيادة إنتاجه والتوسع في إنتاج سلعة ما كلما اتصف العرض بقلّة المرونة.

-الفترة اللازمة للإنتاج: تحتاج بعض المنتجات إلى فترات زمنية طويلة لإنتاجها، وبالتالي هذا النوع من الإنتاج تتصف مرونة عرضه بالانخفاض لان استجابة العرض لأي تغير في السعر لن تحدث إلا بعد فترة زمنية طويلة، وعكسها هي المنتجات التي تحتاج لفترة زمنية قصيرة، أين العرض منها يستجيب بطريقة سريعة للتغيرات في السعر، ومثال ذلك هو المقارنة بين سلع زراعية تحتاج لأكثر من عام كفترة إنتاج وأخرى صناعية تحتاج إلى فترات صغيرة لإنتاجها، فنجد أن مرونة السلع الزراعية منخفضة إذا ما قورنت بالسلع الصناعية، وحتى المقارنة في نفس النوع تصلح، فعلى سبيل المثال عند المقارنة بين المنتجات الزراعية النباتية كالقمح مثلاً والمحاصيل الشجرية ستعطي مرونة لهذه الأخيرة اقل من مرونة العرض للأولى.

-قابلية السلعة للتخزين: السلع القابلة للتخزين تكون مرونة عرضها كبيرة إذا ما قورنت بالسلع غير القابلة للتخزين.

-طبيعة السلعة: السلع القابلة للتلف والتي يتعذر على المنتج تخزينها تتصف بمرونة عرض اقل من تلك السلع غير القابلة للتلف أين تتصف مرونتها بكونها اكبر من سابقتها القابلة للتلف بسبب القدرة على تخزينها. -مرونة عناصر الإنتاج: إذا اتصفت عناصر الإنتاج بالقابلية للانتقال من فرع إنتاجي والعودة إليه مرة أخرى فان منتجات هذا الفرع تكون مرونة عرضها اكبر من منتجات فرع آخر يتعذر فيه انتقال عوامل الإنتاج.

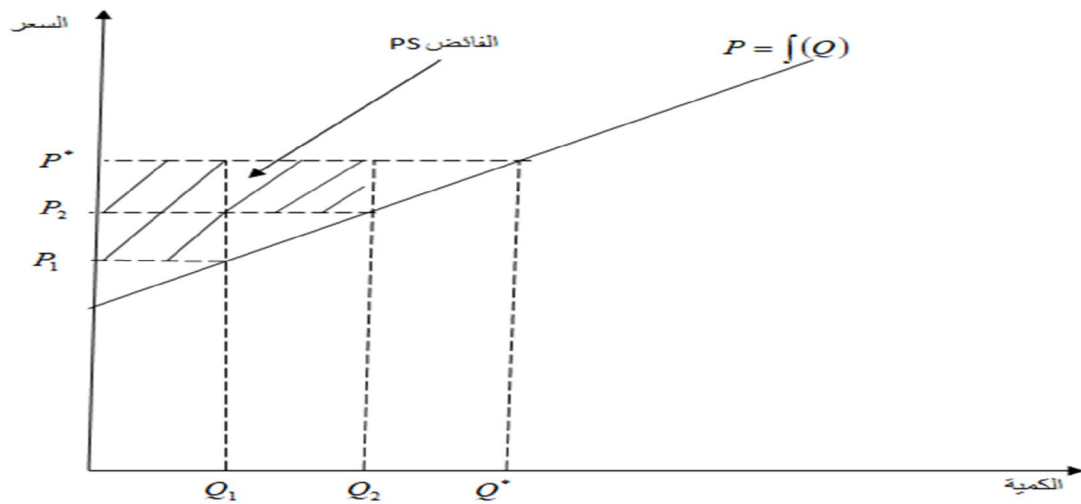
ج-فائض المنتج PS: بحسب منحنى العرض الظاهر في الشكل الموالي وعلى فرض أن المنتج سيبيع ثلاث وحدات بالسعر السائد في السوق P^* فان إيراداته تمثل بمساحة المستطيل OQ^*AP^* ، إلا انه كان على استعداد لبيع الوحدة الأولى بسعر اقل من سعر توازن السوق P_1 وبالتالي وفر الفارق بين السعرين، والوحدة الثانية كان على استعداد لبيعها بالسعر P_2 ، وبالتالي وفر الفارق بين السعرين مرة أخرى، أما الوحدة الثالثة

فكان على استعداد لبيعها بسعر السوق، مجموع ما وفره هذا المنتج هو ما نسميه فائض المنتج، الذي يعرف على أنه الفارق بين الإيرادات التي يتحصل عليها بسعر السوق والإيرادات التي كان مستعدا للحصول عليها بسعر أقل من سعر السوق، في الشكل الموالي أشير للفائض بالمساحة المظللة والتي يمكن حسابها على فرض أن معادلة خط العرض هي $P = AQ + B$ بالطريقة التالية:

$$PS = TR - \int_0^{Q^*} P = P^* \cdot Q^* - \left[\frac{A}{2} Q^2 + BQ \right]_0^{Q^*}$$

$$\Rightarrow PS = (AQ^* + B)Q^* - \frac{A}{2} Q^{*2} - BQ^* = AQ^{*2} + BQ^* - \frac{A}{2} Q^{*2} - BQ^*$$

$$\Rightarrow PS = \frac{A}{2} Q^{*2}$$



الأمر في الواقع لا تتم بالشكل المشار إليه سابقاً، إذ يمكن تقسيم السلعة Q إلى أجزاء صغيرة جداً، وبالتالي تكون دالة العرض مستمرة، وهو ما يجعل المساحات غير المظللة تتلاشي.
مثال: نأخذ نفس معطيات المثال السابق، والمطلوب حساب فائض المنتج عند السعر 5.5 باستخدام طريقتين مختلفتين.

الحل:

الطريقة الأولى: نعوض الكمية الموافقة لسعر المعطى في عبارة الفائض كما يلي:

$$P = \frac{1}{3}Q - 0.5 \Rightarrow Q = 3P + 1.5 = 3 * 5.5 + 1.5 = 18$$

$$\Rightarrow PS = \frac{1}{2}AQ^2 = \frac{1}{2} * \frac{1}{3} * (18)^2 = 54 \text{ دج}$$

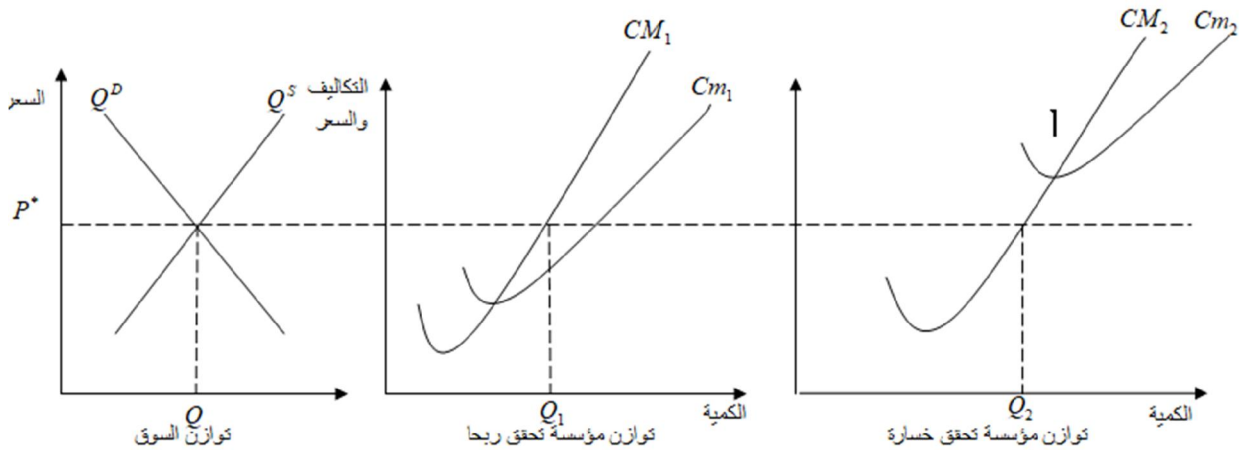
الطريقة الثانية:

$$PS = P^* \cdot Q^* - \int_0^{Q^*} P = \int (Q) = (18 * 5.5) - \int_0^{18} \frac{1}{3}Q - 0.5 = 99 - \left[\frac{1}{6}Q^2 - 0.5Q \right]_0^{18}$$

$$\Rightarrow PS = 99 - \left(\frac{1}{6}(18)^2 - 0.5(18) \right) = 99 - 54 + 9 = 54 \text{ دج}$$

نلاحظ أن الفائض متساوي باستخدام الطريقتين ويساوي 54 دج.

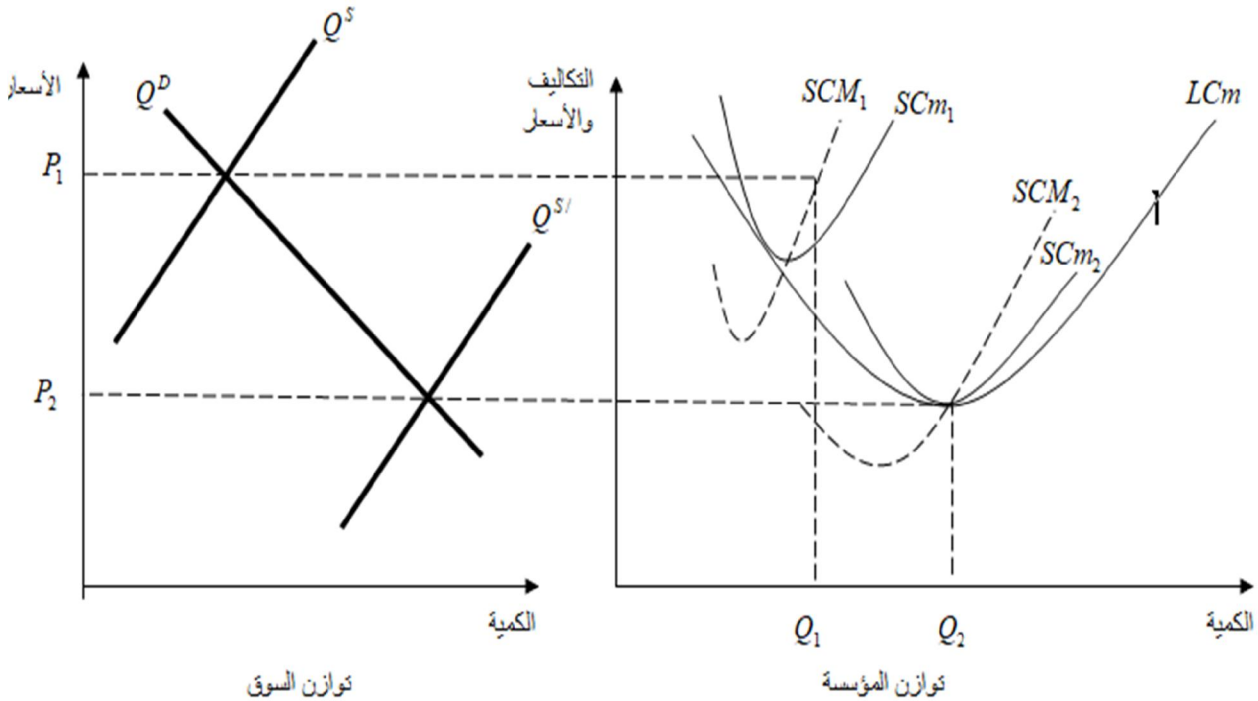
5- توازن السوق في المدى القصير: في المدى القصير يكون السوق في حالة توازن إذا توافقت قرارات الأعوان النشطة به، بمعنى إذا وافق الباعة تبادل كمية معينة مع المشتريين عند سعر معين يكون السوق في حالة توازن، وهذا ما نعبر عنه بيانياً بتقاطع دوال الطلب والعرض الكلية، وهذا على الرغم من أن سعر وكمية التوازن لا ترضي جميع المؤسسات العارضة كما يظهر في البيان الموالي:



بحيث تحقق بعض المؤسسات أرباحاً بينما تحقق مؤسسات أخرى خسائر، لذلك تتسحب هذه الأخيرة وتتطور الأولى بتوسيع حجم مصانعها، كما أن وجود الأرباح غير العادية سيكون حافزاً لدخول مؤسسات جديدة للسوق.

ثالثاً-توازن السوق والمؤسسة في المدى الطويل: لنفترض أن مؤسسة في المدى القصير تكون في حالة توازن عند (P_1, Q_1) كما في الشكل أدناه، بحيث تحقق أرباح اقتصادية تقدر $Q_1(P_1 - SCm_1)$ ، وهذا باختيارها للمشروع الأول، تحقيق الأرباح سيكون حافزاً لدخول متنافسين آخرين إلى السوق، كما أن المؤسسات القائمة توسع من حجم مصانعها مما يزيد عدد العارضين، وهو ما ينقل منحنى عرض السوق ناحية اليمين-بياناً من Q^S إلى $Q^{S'}$ ، أين تكون الكمية المعروضة أكبر والسعر أقل، ويستمر الوضع حتى يتساوى السعر الجديد مع أدنى تكلفة للوحدة الواحدة (P_2, Q_2) أين تختفي الأرباح غير الاعتيادية-يعني المؤسسة تختار المشروع الأمثل-، وتحقق جميع المؤسسات أرباحاً عادية فقط، حيث أن هذه الأرباح الأخيرة لن تدعم مزيداً من المؤسسات نحو الدخول، وبالتالي يتوازن السوق عندما يصل السعر إلى مستوى يحقق توازن كل المؤسسات- يساوي أدنى تكلفة متوسطة في المدى الطويل-، ونعبر عن توازن المؤسسة في المدى الطويل رياضياً وبيانياً كالتالي:

$$P = SCM = LCM = SCm = LCm$$



$$Q_{(L,T)}^S = \int (P) \Leftrightarrow \begin{cases} LCM = P & \dots\dots\dots P \geq MinLCm \\ 0 & \dots\dots\dots P < MinLCm \end{cases}$$

مثال: يتحدد توازن سوق منافسة كاملة في المدى القصير بتقاطع الدلتى العرض والطلب التاليتين:

$$Q^S = 40 + P$$

$$Q^D = 1000 - P$$

1- على فرض أن مؤسسة ناشطة في السوق السابق لها دالة التكلفة الكلية في المدى القصير التالية:

$$TC = Q^3 - 10Q^2 + 400Q + 28.44$$

ما هو مقدار ربح المؤسسة عند التوازن؟

2- نتيجة الأرباح المحققة في هذا السوق دخلت إليه مؤسسات أخرى، وهو ما أدى إلى تغير دالة عرضه،

والتي أصبحت تأخذ الشكل التالي:

$$Q^S = 100 + 2P$$

كما أن تكاليف المؤسسة السابقة نتيجة للتطور في المدى الطويل أصبحت تأخذ الشكل التالي:

$$TC = Q^3 - 20Q^2 + 400Q$$

- احسب كمية توازن المؤسسة والسوق في المدى الطويل.

الحل:

1- حساب مقدار ربح المؤسسة: لا بد أولاً من حساب سعر توازن السوق ومن ثم ربح المؤسسة كالتالي:

$$Q^D = Q^S \Leftrightarrow 1000 - P = 40 + P$$

$$\Rightarrow 2P = 960 \Rightarrow P = \frac{960}{2} = 480 \text{ دج}$$

نطبق شرط توازن المؤسسة كالتالي:

$$CM = P \Leftrightarrow 3Q^2 - 20Q + 400 = 480$$

$$\Rightarrow 3Q^2 - 20Q - 80 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-20)^2 - 4(3)(-80) = 400 + 960 = 1360$$

$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = 36.88$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = \frac{20 + 36.88}{6} = 9.48 \\ Q_2 = \frac{20 - 36.88}{6} = -2.81 \end{cases}$$

ومنه كمية توازن المؤسسة هي 9.48 وحدة، وتكون تكاليف إنتاج الوحدة الواحدة هي:

$$Cm = \frac{TC}{Q} = Q^2 - 10Q + 400 + \frac{28.44}{Q} = (9.48)^2 - 10(9.48) + 400 + \frac{28.44}{9.48}$$

$$\Rightarrow Cm = 398.07 \text{ دج}$$

$$\Rightarrow \pi = Q(P - Cm) = 9.48(480 - 398.07) = 776.7 \text{ دج}$$

2- كمية توازن المؤسسة والسوق في المدى الطويل: تكون المؤسسة في توازن في المدى الطويل عند تنتج الحد الذي يتميز بتساوي السعر مع أدنى نقطة على منحنى التكلفة المتوسطة، أي:

$$LCm = \frac{LTC}{Q} = Q^2 - 20Q + 400$$

$$MinLCm \Leftrightarrow \frac{\Delta LCm}{\Delta Q} = 0$$

$$\Rightarrow 2Q - 20 = 0 \Rightarrow Q = 10$$

$$\Rightarrow MinLCm = (10)^2 - 20(10) + 400 = 300 \text{ دج}$$

أما كمية توازن السوق فنحسبها كما يلي:

$$Q^S = Q^D \Leftrightarrow 1000 - P = 100 + 2P \Rightarrow 3P = 900$$

$$\Rightarrow P = 300 \text{ دج}$$

$$Q^S = Q^D = 1000 - 300 = 100 + 2(300) = 700$$

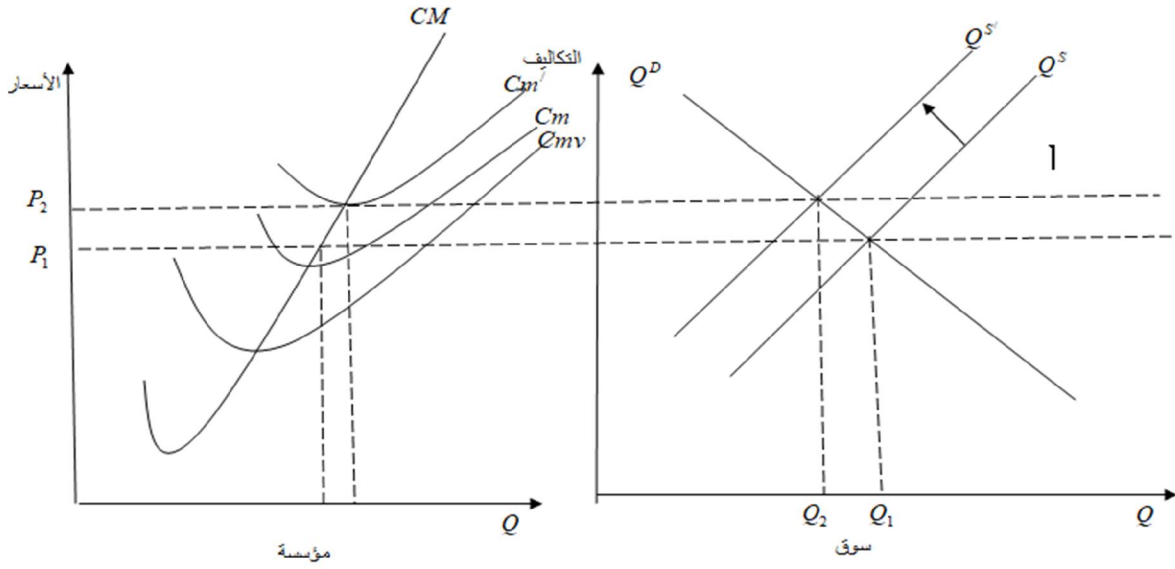
ومنه كمية توازن المؤسسة عند سعر توازن السوق في المدى الطويل 300 دج تقدر بحوالي 10 وحدة، وهي اكبر من كمية توازنها في المدى القصير عند سعر توازن السوق 480 دج والمقدرة بحوالي 9.48 وحدة، أما كمية توازن السوق في المدى الطويل فهي 700 وحدة.

رابعاً- اثر التغير في بنود تكاليف الإنتاج على التوازن: تنقسم تكاليف الإنتاج بحسب علاقتها بحجم الإنتاج إلى تكاليف ثابتة وأخرى متغيرة، لذلك تتغير الأولى إذا تغيرت التكلفة الثابتة أو تغيرت التكلفة المتغيرة، في هذا الجزء سنحاول مناقشة تأثير التغير سواء في بنود التكاليف الثابتة أو المتغيرة على توازن المؤسسة وكذلك السوق في المديين القصير والطويل.

1- اثر ارتفاع التكاليف الثابتة: من أمثلة التكاليف الثابتة التي نقصدها بالتغير: كراء المعدات والأراضي والمباني، قسط الاهتلاك وأقساط تامين المباني والأراضي، وهذا من شأنه تغيير منحنى التكلفة المتوسطة والمتوسطة الثابتة، بينما منحنيات التكلفة المتوسطة المتغيرة والتكلفة الحدية تبقى ثابتة كما في الشكل الموالي، على فرض أن مصلحة التأمينات قررت رفع قسط التأمين على المباني، وهو ما سيرفع التكاليف الثابتة للمؤسسة، ما ينجر عنه انتقال كل من منحنى Cm و Cmf : نحو الأعلى، في حين يبقى المنحنيين CM و Cmv ثابتين.

بما أن الجزء المتزايد من منحنى التكلفة الحدية يمثل منحنى عرض المؤسسة في المدى القصير لم يتأثر بالارتفاع في التكاليف الثابتة، فضلاً على أن سعر الإغلاق والذي يمثل أدنى نقطة على منحنى التكلفة

المتوسطة المتغيرة هو الآخر بقي ثابت فان توازن المؤسسة في المدى القصير لن يتأثر، أما في المدى الطويل فان التكلفة الإضافية من شأنها جعل بعض المؤسسات تحقق خسائر لذلك تنسحب، هذا الانسحاب يتسبب في انتقال منحنى عرض السوق نحو اليسار أين يستقر التوازن مرة أخرى عند وضعية تتميز بسعر أعلى من الأول وكمية اقل من الكمية الأولى.



نلاحظ من الشكل السابق أن وضعية التوازن الأولى، أي لما كان السعر السائد في السوق هو P_1 تحقق للمؤسسة أرباح، إلا أن ارتفاع التكاليف الثابتة نقل منحنى التكلفة المتوسطة إلى أعلى من Cm إلى Cm' ، وبالتالي أصبح السعر اقل من التكلفة المتوسطة $P < Cm'$ ، أي أصبحت المؤسسة تحقق خسائر مقدارها جزء من التكلفة الثابتة، إلا أنه بقي محصور بين التكلفة المتوسطة الجديدة وبين أدنى نقطة على منحنى التكلفة المتغيرة، كما أن منحنى التكلفة الحدية بقي ثابت، وهو ما يعني إمكانية استمرار المؤسسة في المدى القصير، إلا أن الأمر مختلف في الأجل الطويل، فالتكلفة الإضافية السابقة ستجعل بعض مؤسسات الصناعة تحقق خسائر، وهذا ما يجبرها على الانسحاب من السوق، وبالتالي ينتقل منحنى عرض السوق ناحية اليسار من Q^S إلى $Q^{S'}$ ، ومع ثبات جميع العوامل الأخرى تستقر وضعية التوازن بالنسبة للسوق عند سعر أعلى من السعر السابق $P_1 < P_2$ وكمية اقل من الكمية السابقة $Q_2 < Q_1$.

مثال: سوق للمنافسة الكاملة يتكون من 1000 مستهلك و 1000 مؤسسة يتمتعون بدوال الطلب والعرض الفردية التالية:

$$P = -2Q^D + 15$$

$$P = Q^S + 10$$

1- كل مؤسسة من المؤسسات العارضة لها دالة التكلفة الكلية التالية: $TC = \frac{1}{2}Q^2 + 10Q + 1$ ، اوجد كمية

توازن كل مؤسسة وكمية توازن السوق.

2- لنفترض ارتفاع التكاليف الثابتة لكل مؤسسة بمقدار 3 دج، بين فيما إذا كانت هذه التكلفة تؤثر أو لا في المدى القصير.

الحل:

1- كمية توازن المؤسسة والسوق:

دالة الطلب والعرض الكلية تصبح:

$$P = -2Q + 15 \Rightarrow Q = -\frac{1}{2}P + 7.5 \Rightarrow \sum_1^{1000} Q = -500P + 7500$$

$$P = Q + 10 \Rightarrow Q = P - 10 \Rightarrow \sum_1^{1000} Q = 1000P - 10000$$

يتحدد سعر التوازن للسوق بتقاطع دوال الطلب والعرض أي:

$$Q^S = Q^D \Leftrightarrow -500P + 7500 = 1000P - 10000$$

$$\Rightarrow 1500P = 17500 \Rightarrow P = 11.67$$

$$\Rightarrow Q^S = Q^D = 1670$$

كمية توازن المؤسسة تحسب كما يلي:

$$CM = P \Leftrightarrow Q + 10 = 11.66 \Rightarrow Q = 1.67$$

2- تأثير ارتفاع التكلفة الثابتة على التوازن: تصبح التكلفة الثابتة $TFC = 1 + 3 = 4$ دج، أي أن دالة العرض

بالنسبة لكل مؤسسة تبقى ثابتة كالتالي:

$$TC = \frac{1}{2}Q^2 + 10Q + 4$$

$$\Rightarrow CM = P \Leftrightarrow Q + 10 = P \Rightarrow Q = P - 10 \Rightarrow Q^S = \sum_1^{1000} Q = 1000P - 10000$$

$$Q^S = Q^D \Leftrightarrow P = 11.67$$

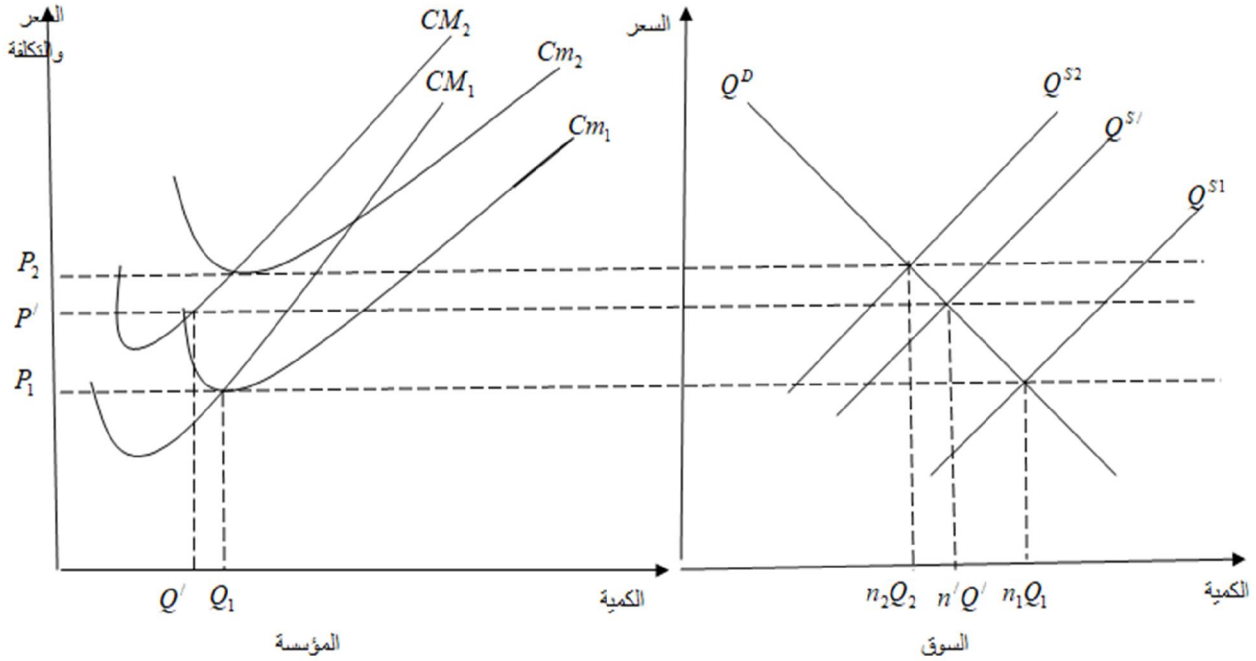
نلاحظ أن سعر توازن السوق بقي نفسه كما في الحالة الأولى، كذلك تبقى دالة التكلفة الحدية بالنسبة لكل مؤسسة ثابتة، وهذا ما يعني أن التكلفة الثابتة الإضافية لن يكون لها في المدى القصير أي تأثير، سواء على المؤسسة أو على السوق.

2- اثر الزيادة في التكاليف المتغيرة: على خلاف التكاليف الثابتة فإن الزيادة في التكاليف المتغيرة سيكون لها تأثير مباشر ولحظي على توازن المؤسسة والسوق، بحيث أن زيادة أسعار الأعباء المتغيرة للطاقة -سعر الكهرباء والمازوت والبنزين مثلا- من شأنه زيادة التكلفة الكلية والتكلفة المتغيرة الكلية، وهذا في الشكل ما ينقل منحنيات: التكلفة المتوسطة من CM_1 إلى CM_2 ، الحدية من CM_1 إلى CM_2 وكذلك منحني التكلفة المتوسطة المتغيرة إلى الشمال الغربي، تحليل الوضع الجديد يكون كما يلي:

أ-في المدى القصير: الزيادة في تكاليف الطاقة السابقة يسبب خسائر لبعض المؤسسات، وهذا ما يؤدي بها إلى الانسحاب من السوق في المدى القصير، وهنا نقصد النوع من المؤسسات التي تصبح غير قادرة على تغطية أجزاء من التكاليف المتغيرة بالإيرادات المحصل عليها، الانسحاب السابق لبعض المؤسسات من السوق ينقل منحني عرض السوق من Q^{S1} إلى $Q^{S/}$ ، حيث نتحصل على وضعية توازن جديدة على مستوى السوق تتميز بسعر P' أعلى من السعر السابق أي P_1 ، وكذلك كمية n'/Q' اكبر من كمية التوازن السابقة أي n_1Q_1 ، والحالة عينها على مستوى المؤسسة.

ب-في المدى الطويل: بالإضافة إلى انسحاب النوع الأول من المؤسسات في المدى القصير، والتي تتميز بعدم قدرتها على تغطية أجزاء من التكلفة المتغيرة، ففي المدى الطويل ستضاف لها في الانسحاب أي مؤسسة يكون السعر السائد في السوق اقل من تكلفتها المتوسطة الدنيا، هذا الانسحاب الأخير من شأنه نقل منحني العرض من $Q^{S/}$ إلى Q^{S2} ، محدثا وضعية توازن جديدة في المدى الطويل أين يكون السعر السائد في السوق يساوي أدنى قيمة للتكلفة المتوسطة، يمكن تلخيص توازن المديين القصير والطويل على مستوى المؤسسة والسوق-استنادا للشكل- في الجدول الموالي:

اثر التكلفة المتغيرة	في المدى القصير	في المدى الطويل
السعر	ازدياد اقل من P_2	ازدياد يساوي P_2
مستوى إنتاج المؤسسة	ينخفض	بدون تعليق
مستوى إنتاج الفرع	ينخفض	انخفاض اكبر
عدد المؤسسات	ثابت	انخفاض اكبر



مثال: دالة التكاليف مؤسسة ناشطة في سوق منافسة تامة معطاة بالعلاقة الرياضية التالية:

$$TC = Q^2 - 10Q + 25$$

1- السوق يتكون من 50 مؤسسة متماثلة من النوع السابق، كما أن دالة الطلب الكلي على المنتج المؤسسة تأخذ الشكل التالي: $Q^D = 340 - 30P$ ، اوجد كمية توازن المؤسسة.

2- لنفترض أن تكاليف المؤسسة تغيرت وفق الصيغة التالية: $TC = \frac{3}{2}Q^2 - 10Q + 25$ ، فما تأثير هذا التغير على توازن المؤسسة والسوق في المدى القصير على فرض بقاء العوامل الأخرى ثابتة.

الحل:

1- البحث عن كمية توازن المؤسسة: لابد أولاً من إيجاد سعر توازن السوق كالتالي:

$$CM = P \Leftrightarrow 2Q - 10 = P \Rightarrow 2Q = P + 10$$

$$\Rightarrow Q = \frac{1}{2}P + 5 \Rightarrow \sum_{l=1}^{50} Q_l = Q^S = 25P + 250$$

$$Q^S = Q^D \Leftrightarrow 25P + 250 = 340 - 30P$$

$$\Leftrightarrow 55P = 90 \Rightarrow P = 1.63 \text{ دج}$$

$$Q^S = Q^D = 25(1.63) + 250 = 290.75$$

نطبق شرط توازن المؤسسة لإيجاد كمية التوازن كما يلي:

$$CM = P \Leftrightarrow 2Q - 10 = 1.63 \Rightarrow Q = \frac{11.63}{2} = 5.815$$

نتأكد من تحقق شرط التوازن الثاني $\frac{\Delta CM}{\Delta Q} > 0$ ، أي: $\frac{\Delta CM}{\Delta Q} = 2 > 0$ مما يعني أن النهاية التي نتحقق

عند السعر السابق والكمية السابقة هي نهاية عظمى وليست دنيا، تأكيداً على هذا الأمر يمكننا حساب الربح والذي يجب أن يكون موجب بالطريقة التالية:

$$Cm = \frac{TC}{Q} = Q - 10 + \frac{25}{Q} = 5.815 - 10 + \frac{25}{5.815} = 00.11$$

$$\Rightarrow \pi = (P - Cm)Q = (1.63 - 0.11)5.815 = 8.84 \text{ دج}$$

تبين أن سعر توازن السوق هو 1.63 دج، في حين قدرت كمية توازنه بحوالي 290.75 وحدة، أما كمية توازن المؤسسة فكانت 5.815 وحدة.

2- تأثير التغير في التكاليف المتغيرة على التوازن: لا بد من إيجاد سعر التوازن الجديد من خلال إيجاد دالة العرض الجديدة كالتالي:

$$CM = P \Leftrightarrow 3Q - 10 = P \Rightarrow 3Q = P + 10$$

$$\Rightarrow Q = \frac{1}{3}P + \frac{10}{3} \Rightarrow \sum_{l=1}^{50} Q_l = Q^S = \frac{50}{3}P + \frac{500}{3}$$

$$\Rightarrow Q^S = Q^D \Leftrightarrow \frac{50}{3}P + \frac{500}{3} = 340 - 30P \Rightarrow \frac{140}{3}P = 173.33$$

$$\Rightarrow P = 3.71 \text{ دج}$$

$$CM = P \Leftrightarrow 3Q - 10 = 3.71 \Rightarrow Q = 4.57$$

$$\Rightarrow Q^S = Q^D = 340 - 30(3.71) = 228.7$$

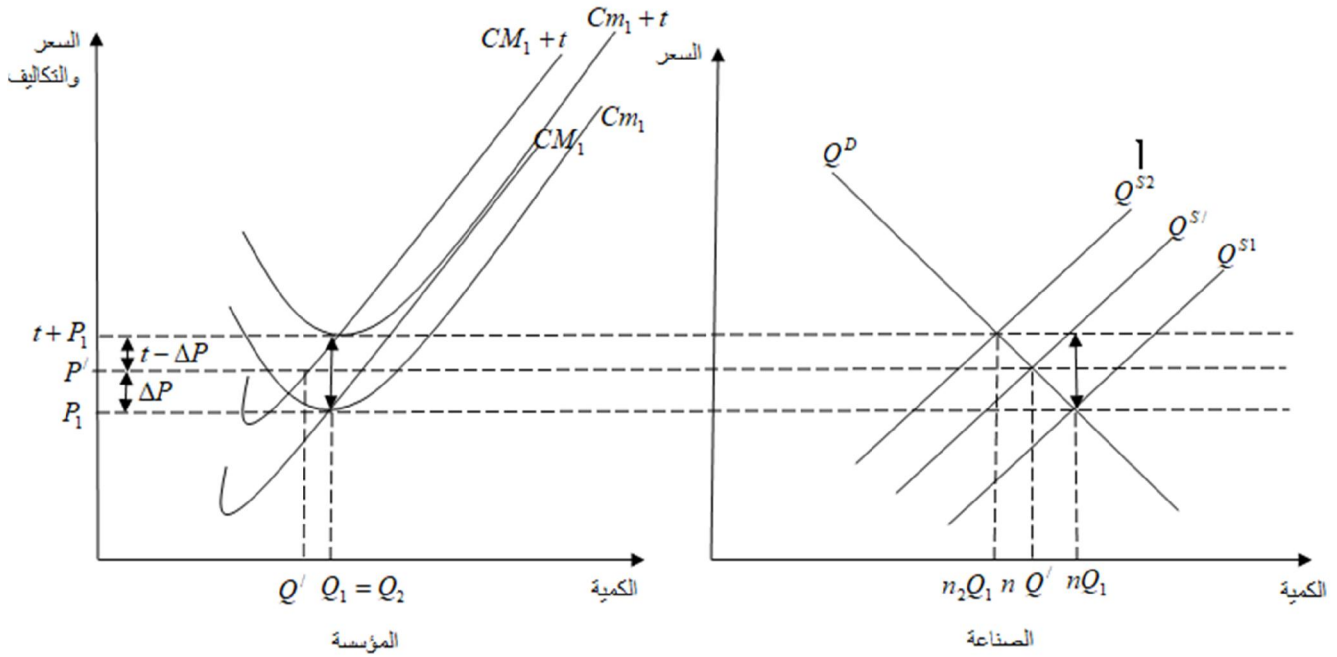
ومنه نستنتج أن ارتفاع التكاليف المتغيرة أدى إلى ارتفاع سعر السوق من 1.63 دج إلى 3.71 دج في المدى القصير، كما أدى إلى انخفاض كمية توازن المؤسسة من 5.815 وحدة إلى 4.57 وحدة، فضلاً على أن كمية توازن السوق قد انخفضت من 290.75 وحدة إلى 228.7 وحدة.

3- اثر الضرائب على التوازن: تتنوع الضرائب التي تفرض على المؤسسة المنتجة في تسمياتها، إلا أنها تشترك في طريقة فرضها، فقد تكون إجمالية وقد تفرض على كل وحدة منتجة، لهذا سنركز في هذا الجزء على الضريبة التي تفرض على كل وحدة منتجة، لان النوع الأول ثابت ويعامل في تأثيره معاملة التكلفة الثابتة، ما تجدر الإشارة له هنا هو أن تكاليف نقل الوحدة الواحدة للأسواق تعامل معاملة الضريبة الوحدوية.

4- تأثير الضريبة الوحدوية: تعرف الضريبة الوحدوية على أنها قيمة تسدد من طرف المؤسسات عن كل وحدة منتجة ومباعة لصالح الدولة، من أمثلتها الرسم على القيمة المضافة TVA ، الآن لنفترض وجود عدد من المؤسسات مقداره n ، المؤسسات السابقة متشابهة وتنتج السلعة Q ، ولنفترض أن حالة التوازن تكون بالنسبة للمؤسسة عند إنتاجها الكمية Q_1 ، وتبيعها بالسعر P_1 ، فإذا فرض رسم على القيمة المضافة معدله هو T عن كل وحدة مباعة، فإننا نستطيع تلخيص حالة دوال التكاليف قبل وبعد فرض الرسم السابق في الجدول أسفله:

الحالة	قبل فرض الضريبة	بعد فرض الضريبة
TC	$\int(Q) + b$	$\int(Q) + b + tQ$
$Cm = \frac{TC}{Q}$	$Cm = \frac{\int(Q) + b}{Q}$	$Cm + t$
$CM = \frac{\Delta TC}{\Delta Q}$	$CM = \frac{\Delta \int(Q)}{\Delta Q}$	$CM + t$

الوضعية الظاهرة في الجدول السابق يمكننا التعبير عنها بيانيا كما في الشكل الموالي:



5- أثر الضريبة في الأجل القصير: فرض الضريبة من شأنه زيادة التكاليف الحدية والمتوسطة بقيمة هذه الضريبة، ببيانها يعني ارتفاع منحنى التكلفة الحدية للأعلى وكذلك منحنى التكلفة المتوسطة كما في الشكل أعلاه بحيث المسافة العمودية بين الوضعين تكون مساوية t ، وهذا ما يعني أن المؤسسة ستواجه السعر $P_i + t$ بدل السعر P_i ، وهذا ما يؤدي إلى انتقال منحنى العرض من Q^{S1} إلى Q' أين المسافة الأفقية بين الاثنين هي معدل الرسم t ، يكون التوازن في المدى القصير ممثل في تقاطع منحنى العرض بعد الضريبة والطلب، فكما يظهر في الشكل السابق فإن سعر التوازن يكون أقل من $P_1 + t$ ، وهذا يرجع لشكل منحنى الطلب من جهة لأن مرونته لا تساوي الصفر - ليس عمودي -، وكذلك لمنحنى العرض من جهة ثانية والذي مرونته لا تساوي المالا نهاية - ليس أفقي -، وبالتالي يتحدد التوازن عند P' ، حيث $P' \leq P_1 + t$ ، أما فيما يخص الصناعة فإنها تنتج الكمية nQ' .

لأن سعر التوازن P' أقل من سعر التوازن الأصلي زائد الرسم فإن هذا يعني أن المستهلك لا يتحمل مقدار الرسم كاملاً وإنما يتحمل مقدار الفارق بين سعري التوازن، لأنه كان يدفع السعر P_1 وأصبح يدفع السعر الجديد للتوازن P' في المدى القصير، أي أن المستهلك يتحمل المقدار $\Delta P = P' - P_1$ ، أما باقي الرسم فيتحملة المنتج، كما في الشكل السابق يتحمل المنتج المقدار $t - \Delta P$.

6- اثر الضريبة في المدى الطويل: بسعر التوازن السابق الخاص بالمدى القصير P' تواجه بعض مؤسسات الصناعة خسارة لان هذا السعر اقل من التكلفة المتوسطة، وهذه الخسارة الناتجة عن الرسم هي ما تجبر هذا النوع من المؤسسات على الخروج، وهذا يعني انتقال منحنى العرض الكلي إلى اليسار، ويستمر هذا الانتقال حتى يصل سعر السوق إلى مستوى أدنى قيمة للتكلفة المتوسطة، بيانيا يعني انتقال منحنى العرض من Q' إلى Q^{s2} أين يستقر التوازن في المدى الطويل عند السعر $P_1 + t$ ، ويستقر توازن المؤسسة بإنتاجها الكمية Q_1 مرة أخرى، أما الصناعة أو الفرع فإنها تستقر عند حجم إنتاج يعادل $n_2 Q_1$.

يمكن تلخيص اثر الرسم في المدى القصير والطويل في الجدول التالي:

المدى القصير	المدى الطويل	اثر الرسم
ازدياد اقل من t	ازدياد يساوي t	السعر
ينخفض	بدون تعليق	إنتاج المؤسسة
ينخفض	ينخفض	إنتاج الصناعة
لا يتغير	ينخفض	عدد المؤسسات

مثال: بعد افتراض أن سوق السلعة Q يتميز بشروط المنافسة الكاملة، قدرت دوال العرض والطلب الكلي المناسبة للسلعة السابقة على الشكل:

$$Q^S = -10 + 4P$$

$$Q^D = 86 - 2P$$

1- حدد سعر وكمية التوازن.

2- ما هي كمية توازن السوق بعد فرض رسم مقداره وحدة واحدة على كل وحدة منتجة.

3- حدد مقدار النقص الضريبي الذي يتحمله المستهلك.

الحل:

1- تحديد سعر وكمية التوازن: يتحدد توازن السوق بتقاطع دوال العرض والطلب، رياضيا:

$$Q^S = Q^D \Leftrightarrow -10 + 4P = 86 - 2P \Rightarrow 6P = 96 \Rightarrow P = 16 \text{ دج}$$

$$Q^S = Q^D = -10 + 4(16) = 86 - 2(16) = 54$$

وهذا ما يعني أن سعر توازن السوق هو 16 دج، أما الكمية فقدت ب 54 وحدة.

2- كمية توازن السوق بعد فرض الرسم: ندرج الرسم في دالة العرض بشكل مباشر كالتالي:

$$Q^{S'} = -10 + 4(P-1) \Rightarrow Q^{S'} = -14 + 4P$$

$$Q^{S'} = Q^D \Leftrightarrow -14 + 4P = 86 - 2P \Rightarrow 6P = 100 \Rightarrow P = 16.67$$

$$\Rightarrow Q^{S'} = Q^D = -14 + 4(16.67) = 86 - 2(16.67) = 52.68$$

وهذا ما يشير إلى أن فرض الرسم أدى إلى ارتفاع سعر التوازن من 16 دج إلى 16.67 دج، وانخفاض كمية توازن السوق من 54 وحدة إلى 52.68 وحدة.

3- تحديد مقدار الثقل الضريبي الذي يتحمله المستهلك.

مقدار الرسم: 01 دج .

المستهلك يتحمل: دج $\Delta P = 16.67 - 16 = 0.67$.

المؤسسة تتحمل: دج $t - \Delta P = 1 - 0.67 = 0.33$.

سلسلة تمارين محلولة:

التمرين الأول: تمثل الصيغة الرياضية الموالية دالة التكلفة الإجمالية بدلالة حجم الإنتاج لإحدى المؤسسات التي تنشط في سوق تنطبق عليه شروط المنافسة الكاملة:

$$TC = Q^3 - 6Q^2 + 15Q + 20$$

إذا كان سعر بيع الوحدة الواحدة من السلعة Q هو دج $P = 30$.

1- حدد كمية توازن المؤسسة السابقة.

2- اختبر بطريقتين مختلفتين فيما إذا كان الربح السابق هو أعظم ربح ممكن.

الحل:

1- تحديد كمية التوازن للمؤسسة: لحساب كمية توازن المؤسسة فإننا نطبق شرط التوازن كما يلي:

$$CM = P \Leftrightarrow 3Q^2 - 12Q + 15 = 30 \Rightarrow 3Q^2 - 12Q - 15 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4(3)(-15) = 144 + 180 = 324 \Rightarrow \sqrt{324} = 18$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{12 - 18}{6} = -1 \\ Q_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{12 + 18}{6} = 5 \end{cases}$$

لأننا بصدد البحث عن مقدار اقتصادي فالمنطق أننا نقبل الحل الموجب ونرفض الحل السالب، وعليه

فكمية توازن المؤسسة هي 5 وحدات.

2- اختبار بطريقتين مختلفتين فيما إذا كان الربح السابق أعظمي: لأجل هذا نحاول تطبيق الشرط الثاني للتوازن كما يلي:

الطريقة الأولى: المشتق الثاني لدالة الربح سالب.

$$\pi = TR - TC = 30Q - Q^3 + 6Q^2 - 15Q - 20 = -Q^3 + 6Q^2 + 15Q - 20$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta \pi}{\Delta Q} = -3Q^2 + 12Q + 15 \Rightarrow \frac{\Delta^2 \pi}{\Delta Q^2} \leq 0 = -6Q + 12 \leq 0$$

$$\Rightarrow -6Q \leq -12 \Rightarrow Q \geq 2$$

وهو ما يعني أن النقطة السابقة هي نقطة عظمى لدالة الربح تتحقق النقطة الدنيا عند -1.

الطريقة الثانية: المشتق الثاني لدالة التكلفة الكلية موجب.

$$TC = Q^3 - 6Q^2 + 15Q + 20 \Rightarrow \frac{\Delta TC}{\Delta Q} = 3Q^2 - 12Q + 15$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta^2 TC}{\Delta Q^2} \geq 0 \Rightarrow 6Q - 12 \geq 0 \Rightarrow 6Q \geq 12 \Rightarrow Q \geq 2$$

وهو ما يعني مرة أخرى أن النقطة العظمى لدالة الربح تقع أعلى من مستوى الإنتاج 2 وحدة، أي أننا

نقبل الكمية 5 ونرفض -1.

التمرين الثاني: مؤسسة تنشط في سوق منافسة كاملة لها دالة التكلفة الكلية بدلالة حجم الإنتاج التالية:

$$TC = 0.1Q^3 - 2Q^2 + 15Q + 10$$

1- حدد أدنى سعر يمكن المؤسسة من الاستمرار في المدى القصير.

2- حدد دالة العرض على أن تأخذ الصيغة $Q = \int (P)$.

3- على فرض وجود 60 مؤسسة في السوق، حدد دالة عرض السوق.

الحل:

1- تحديد أدنى سعر يمكن المؤسسة من الاستمرار في المدى القصير: هذا السعر يساوي أدنى قيمة للتكلفة المتوسطة المتغيرة،

$$TC = 0.1Q^3 - 2Q^2 + 15Q + 10 \Rightarrow TVC = 0.1Q^3 - 2Q^2 + 15Q$$

$$\Rightarrow Cmv = \frac{TVC}{Q} = 0.1Q^2 - 2Q + 15$$

$$\Rightarrow MinCvm \Leftrightarrow \frac{\Delta Cvm}{\Delta Q} = 0 \Rightarrow 0.2Q - 2 = 0 \Rightarrow Q = 10$$

$$P = MinCvm = 0.1(10)^2 - 2(10) + 15 \Rightarrow P = 10 - 20 + 15 = 5 \text{ دج}$$

وهذا ما يعني أن أدنى سعر يمكن المؤسسة من الاستمرار في المدى القصير هو 5 دج.

ملاحظة: يمكننا الحصول على نفس النتيجة السابقة بمساواة متوسط التكلفة المتغيرة والتكلفة الحدية كما يلي:

$$CM = Cmv \Leftrightarrow 0.1Q^2 - 2Q + 15 = 0.3Q^2 - 4Q + 15 \Rightarrow 0.2Q^2 - 2Q = 0$$

$$\Rightarrow Q(0.2Q - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} (0.2Q - 2) = 0 \\ Q = 0 \end{cases} \Rightarrow Q = 10$$

$$\Rightarrow MinCmv = 0.1(10)^2 - 2(10) + 15 = 5 \text{ دج}$$

2- تحديد دالة العرض وفق الصيغة المقترحة: لتحديدنا نطبق شرط التوازن كالتالي:

$$CM = P \Leftrightarrow 0.3Q^2 - 4Q + 15 = P$$

$$\Rightarrow 0.3Q^2 - 4Q + 15 - P = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4qc = (-4)^2 - 4(0.3)(15 - P) = 1.2P - 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Q_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 - \sqrt{1.2P - 2}}{0.6} \\ Q_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 + \sqrt{1.2P - 2}}{0.6} \end{cases}$$

بأخذنا الجذر الثاني فقط لأنه يعكس قانون الطلب-العلاقة الطردية بين السعر والكمية- فإننا نجد دالة

العرض تأخذ الصيغة الموالية:

$$Q^S = \int(P) \Leftrightarrow \begin{cases} Q = \frac{4}{0.6} + \frac{\sqrt{1.2P - 2}}{0.6} \dots\dots\dots P > 5 \text{ دج} \\ Q = 0 \dots\dots\dots P \leq 5 \text{ دج} \end{cases}$$

3- تحديد دالة عرض السوق على فرض وجود 60 مؤسسة تنشط فيه: يتم ذلك من خلال ضرب الكمية

بالرقم 60 كما يلي:

$$Q^S = \sum_{I=1}^{60} Q_I = \begin{cases} 400 + 100\sqrt{1.2P - 2} \dots\dots\dots P > 5 \text{ دج} \\ 0 \dots\dots\dots P \leq 5 \text{ دج} \end{cases}$$

التمرين الثالث: قدرت دالة التكلفة في المدى الطويل لمؤسسة تنشط في سوق تنطبق عليه شروط المنافسة

الكاملة على الشكل التالي: $TC = Q^3 - 4Q^2 + 8Q$.

1- أوجد دالة العرض الخاصة بهذه المؤسسة في المدى الطويل.

2- إذا كانت دالة الطلب على هذه السلعة في السوق تأخذ الشكل التالي: $P = 20 - \frac{1}{100}Q^D$ ، فحدد سعر

وكمية التوازن في السوق وكذلك عدد المؤسسات به في المدى الطويل.

الحل:

1- إيجاد دالة العرض في المدى الطويل: نطبق شرط التوازن كما يلي:

$$LCM = P \Leftrightarrow 3Q^2 - 8Q + 8 = P \Rightarrow 3Q^2 - 8Q + 8 - P = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4(3)(8 - P) = 64 - 96 + 12P = 12P - 22$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow \begin{cases} Q = \frac{8 + \sqrt{12P - 22}}{6} \\ Q = \frac{8 - \sqrt{12P - 22}}{6} \end{cases}$$

نأخذ الجذر الموجب فقط لأنه يعبر على قانون الطلب، بقي أن نحدد السعر الذي يجعل المؤسسة تتسحب

من السوق في المدى الطويل، والذي يتناسب وأدنى قيمة على منحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل.

$$LCm = \frac{LTC}{Q} = Q^2 - 4Q + 8 \Rightarrow MinLCm \Leftrightarrow \frac{\Delta LCm}{\Delta Q} = 0$$

$$\Rightarrow 2Q - 4 = 0 \Rightarrow Q = 2 \Rightarrow MinLCm = (2)^2 - 4(2) + 8 = 4 \text{ دج}$$

هذا يعني أن دالة العرض تأخذ الصيغة الرياضية التالية:

$$Q = \begin{cases} \frac{8 + \sqrt{12P - 22}}{6} & \text{دج } P > 4 \\ 0 & \text{دج } P \leq 4 \end{cases}$$

2- سعر وكمية التوازن في السوق: يتحدد سعر التوازن في سوق المنافسة الكاملة على أساس أنه يساوي

أدنى قيمة للتكلفة المتوسطة في المدى الطويل، وقد تم الحصول عليه في السؤال السابق أين قدر 4 دج، بقي

أن نعوضه في دالة الطلب لنجد كمية التوازن كالتالي:

$$P = 20 - \frac{1}{100}Q^D \Rightarrow -\frac{1}{100}Q^D = P - 20 \Rightarrow Q^D = -100P + 2000$$

$$\Rightarrow Q^D = -100(4) + 2000 = -400 + 2000 = 1600$$

ومنه سعر توازن السوق هو 4 دج، بينما كمية توازنه هي 1600 وحدة.

3- تحديد عدد المؤسسات الناشطة في السوق: يجب تحديد كمية توازن المؤسسة.

$$LCM = P \Leftrightarrow 3Q^2 - 8Q + 8 = 4 \Rightarrow 3Q^2 - 8Q + 4 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (8)^2 - 4(3)(4) = 64 - 48 = 16$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow \begin{cases} Q = \frac{8+4}{6} = 2 \\ Q = \frac{8-4}{6} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

للمفاضلة نطبق شرط التوازن الثاني كما يلي:

$$\frac{\Delta^2 LTC}{\Delta Q^2} \geq 0 \Rightarrow 6Q - 8 \geq 0 \Rightarrow Q \geq \frac{4}{3}$$

وهذا ما يتركنا نقبل الحل الأول ونرفض الحل الثاني، أي أن كمية توازن المؤسسة هي 2 وحدة، وهذا ما

يعني أن عدد المؤسسات هو $n = \frac{1600}{2} = 800$ مؤسسة.

التمرين الرابع: ينشط في سوق منافسة كاملة نوعين من المؤسسات A و B ينتجان نفس السلعة، عدد كل نوع هو 50 مؤسسة ولهم دوال التكلفة الفردية التالية:

$$TC_A = 0.1Q^2 - 4Q + 150$$

$$TC_B = 0.2Q^2 - 2Q + 80$$

1- احسب مستوى الإنتاج الذي يتوافق وعتبة المردودية لكل نوع، وكذلك السعر عند هذا المستوى.

2- اشتق دالة العرض لكل نوع من أنواع المؤسسات.

3- حدد دالة العرض الكلي بالنسبة للسلعة.

4- حدد سعر التوازن وكذلك الكمية لكل نوع وللسوق إذا كانت دالة الطلب الكلي تأخذ الصيغة الرياضية

$$التالية: P = -\frac{1}{10}Q + 500$$

الحل:

1- حساب مستوى الإنتاج الذي يتوافق وعتبة المردودية: يتوافق وأدنى قيمة للتكاليف المتوسطة.

للتنوع الأول:

$$Cm = \frac{TC_A}{Q} = 0.1Q - 4 + \frac{150}{Q}$$

$$MinCm \Leftrightarrow \frac{\Delta Cm}{\Delta Q} = 0 \Rightarrow 0.1 - \frac{150}{Q^2} = 0 \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{150}{0.1}} = 38.72$$

$$p = MinCm = 0.1(38.72) - 4 + \frac{150}{38.72} \Rightarrow P = 3.74$$

ومنه عتبة المردودية توافق ومستوى إنتاج 38.72 وحدة، مع سعر يقدر 3.74 دج.

للتنوع الثاني:

$$Cm = \frac{TC_B}{Q} = 0.2Q - 2 + \frac{80}{Q}$$

$$MinCm \Leftrightarrow \frac{\Delta Cm}{\Delta Q} = 0 \Rightarrow 0.2 - \frac{80}{Q^2} = 0 \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{80}{0.2}} = 20$$

$$P = MinCm = 0.2(20) - 2 + \frac{80}{20} \Rightarrow P = 6$$

ومنه عتبة المردودية تتحقق لما يكون مستوى الإنتاج 20 وحدة، مع سعر يقدر 6 دج.

2- اشتقاق دالة العرض لكل نوع من أنواع المؤسسات:

مؤسسة من النوع الأول: نطبق شرط تعظيم الربح كما يلي:

$$CM = P \Leftrightarrow 0.2Q - 4 = P \Rightarrow Q = 5P + 20$$

مؤسسة من النوع الثاني: نطبق شرط تعظيم الربح كما يلي:

$$CM = P \Leftrightarrow 0.4Q - 2 = P \Rightarrow Q = 2.5P + 5$$

الأصح أن يكون منحنى التكلفة الحدية المتزايد ابتداء من أدنى نقطة على منحنى التكلفة المتوسطة المتغيرة هو نفسه منحنى عرض المؤسسة، وقد أهملنا الشرط الثاني لأن التكلفة المتوسطة المتغيرة لا تحقق قيمة دنيا.

3- تحديد دالة العرض الكلي بالنسبة للسلعة:

$$Q^{S1} = \sum_{i=1}^{50} Q_{IA} = 250P + 1000$$

$$Q^{S2} = \sum_{i=1}^{50} Q_{IB} = 125P + 250$$

$$Q^S = Q^{S1} + Q^{S2} = 375P + 1250$$

4- تحديد سعر التوازن وكذلك الكميات التوازنية:

أ- سعر توازن وكمية توازن السوق: يتم الحصول عليه من خلال تقاطع دوال العرض والطلب الكلي:

$$P = -\frac{1}{10}Q + 500 \Rightarrow Q = -10P + 5000$$

$$Q^S = Q^D \Leftrightarrow 375P + 1250 = -10P + 5000 \Rightarrow P = \frac{3750}{385} = 9.74$$

$$\Rightarrow Q^S = Q^D = 375(9.74) + 1250 = -10(9.74) + 5000 = 4902$$

وهو ما يعنى أن سعر توازن السوق هو 9.74 دج وكمية توازن السوق هي 4902 وحدة.

ب-كمية توازن كل مؤسسة: يتم الحصول عليها بتطبيق شرط التوازن الموالي:

$$CM_A = P \Leftrightarrow 0.2Q - 4 = 9.74 \Rightarrow Q = 68.7$$

$$CM_B = P \Leftrightarrow 0.4Q - 2 = 9.74 \Rightarrow Q = 29.35$$

وهو ما يعني أن كمية توازن مؤسسة من النوع الأول هو 68.7 وحدة، والأخرى هو 29.35 وحدة.

التمرين الخامس: يتحدد الطلب والعرض الكليين على السلعة Q في سوق تنطبق عليه شروط المنافسة

الكاملة وفق الصيغتين الرياضيتين التاليتين:

$$Q^D = -P + 84.5$$

$$P = 0.65Q^S - 31$$

1-حدد سعر وكمية توازن السوق.

2-يعطى تابع التكلفة المتوسطة لمؤسسة تنتج السلعة Q كما في الجدول الموالي:

حجم الإنتاج	0	1	2	3	4	5	6	7	8
التكلفة المتوسطة	0	10	7	5.5	5	5.5	7	9	11.75

أ-حدد كمية توازن المؤسسة، ثم حدد قيمة أعظم ربح.

ب-لأسباب مقنعة من الناحية الاقتصادية تغير الطلب للصيغة التالية $P = -Q^D + 101$ ، حدد سعر التوازن

إذا بقي العرض السابق دون تغيير، ثم حدد ربح المؤسسة السابقة.

3-إذا تغير العرض وفق ما ترضاه المؤسسة، إذا كنت مسؤولاً في هذه المؤسسة حدد مستواه.

الحل:

1-تحديد سعر وكمية التوازن للسوق: يتحدد سعر التوازن بتقاطع دوال الطلب والعرض، وهذا ما نعبر عنه

رياضياً بالطريقة التالية:

$$P = 0.65Q^S - 31 \Rightarrow Q^S = 1.538P + 47.7$$

$$Q^S = Q^D \Leftrightarrow 1.538P + 47.7 = -P + 84.5 \Rightarrow P = \frac{36.8}{2.538} = 14.5$$

$$\Rightarrow Q^S = Q^D = 1.538(14.5) + 47.7 = -14.5 + 84.5 = 70$$

ومنه كمية توازن السوق هي 70 وحدة، عند سعر التوازن الذي قدر 14.5 دج.

2-أ- تحديد كمية توازن المؤسسة ومقدار الربح الذي تحققه: يجب أولاً تحديد قيم التكلفة الحدية كما يلي:

8	7	6	5	4	3	2	1	0	Q
11.75	9	7	5.5	5	5.5	7	10	0	CM
94	63	42	27.5	20	16.5	14	10	0	TC
31	21	14.5	7.5	3.5	2.5	4	10	—	CM

التكلفة الحدية تم حسابها بتطبيق القانون التالي:

$$CM_n = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} = \frac{TC_n - TC_{n-1}}{Q_n - Q_{n-1}}$$

مثلاً القيمة المكتوبة بالأسود الغامق تم حسابها كما يلي: $CM_1 = \frac{10-0}{1-0} = 10$ ، أما التكاليف الكلية فتم

الحصول عليها عند كل مستوى إنتاجي بضرب تكلفة الوحدة في حجم الإنتاج.

للحصول على كمية توازن المؤسسة نطبق شرط التوازن $CM = 14.5$ فنجدها تتحقق عندما يكون حجم

الإنتاج يساوي 6 وحدات، وعلية فإن مقدار الربح π يساوي

$$\pi = TR - TC = (14.5 * 6) - 42 = 87 - 42 = 45 \text{ دج}$$

2-ب- تحديد سعر توازن السوق وربح المؤسسة إذا بقي العرض دون تغيير: نبحث عن سعر التوازن الجديد

كما يلي:

$$P = -Q^D + 101 \Rightarrow Q^D = -P + 101$$

$$P = 0.65Q^S - 31 \Rightarrow Q^S = 1.538P + 47.7$$

$$Q^D = Q^S \Leftrightarrow -P + 101 = 1.538P + 47.7 \Rightarrow P = 21 \text{ دج}$$

نلاحظ أن سعر التوازن ارتفع من 14.5 دج إلى 21 دج، أما الربح وعلى فرض بقاء نفس كمية العرض

$$\pi = TR - TC = (21 * 6) - 42 = 84 \text{ دج} \text{ السابقة فيحسب كما يلي:}$$

2-ج- تحديد الربح الأعظم في الحالة الجديدة: لكي يكون الربح أعظم لا بد أن يتحقق الشرط الموالي:

$$CM = P \Rightarrow CM = 21$$

الشرط السابق يتحقق عند مستوى إنتاج يساوي 7 وحدات، وربح أعظمي عند سعر توازن السوق 21 دج

$$\pi = TR - TC = (7 * 21) - 63 = 84 \text{ دج يساوي}$$

الفصل الثالث

الاحتكار التام

الفصل الثالث: الاحتكار التام

سبق التفريق في سوق المنافسة الكاملة بين الصناعة أو الفرع وبين المؤسسة أو المتنافس على أساس أن الصناعة ما هي إلا تجمع لعدد كبير جدا من المؤسسات تنتج نفس السلعة لدرجة أن مؤسسة واحدة لا يمكن أن تؤثر بتصرفاتها الخاصة تأثير حيوي في سعر السوق، وهذا الاختلاف في المفهوم يفقد أهميته بشكل نهائي في حالة سوق الاحتكار المطلق، بحيث لا توجد أي فروق بين الصناعة والمؤسسة، ذلك أن هذه الأخيرة هي المنتج الوحيد لسلعة معينة، وبالتالي تمثل الصناعة في إنتاج وبيع هذه السلعة وهذا ما يجعل منحى عرض المؤسسة هو نفسه منحى عرض السوق أو الصناعة، فضلا على أن منحى الطلب على منتجات المؤسسة الاحتكارية يتماثل تماما مع منحى طلب السوق.

أولاً-تعريف الاحتكار المطلق: مما سبق نستنتج أن الاحتكار التام أو المطلق يقع على الطرف النقيض من المنافسة الكاملة، بحيث يشير إلى تواجد مؤسسة وحيدة تنتج وتبيع السلعة، والتي لا تتوفر بدائل قريبة لها، كما أن الدخول لسوق إنتاج وعرض السلعة يكون مستحيلا، وفي الحقيقة تتوفر حالة الاحتكار والتي لا تكاد إلا أن تكون وضعية مؤقتة إذ:

1-سيطرت المؤسسة على المواد الأولية اللازمة لإنتاج السلعة.

2-امتلكت المؤسسة الامتياز لإنتاج السلعة والذي يمنع المؤسسات الأخرى من ذلك.

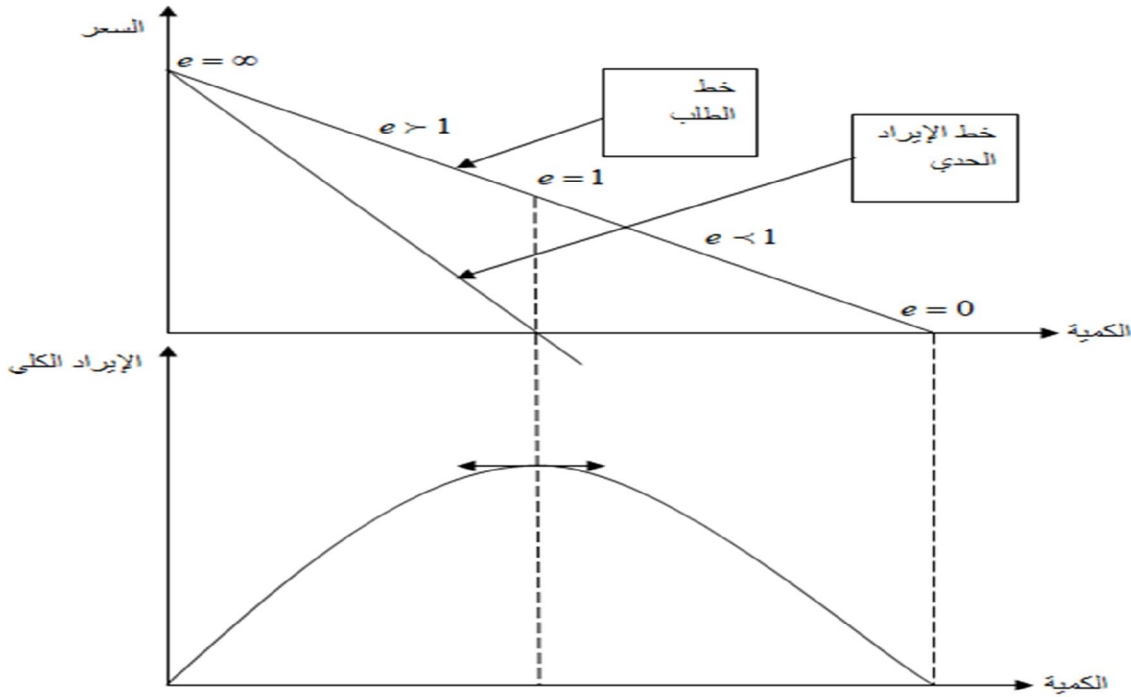
3-وجد امتياز وتدخل حكومي يمنع أي مؤسسة محلية أو أجنبية من الدخول لسوق إنتاج وعرض السلعة.

4-امتلكت المؤسسة المحتكرة لتكنولوجيا أو رؤوس أموال يتعذر على المؤسسات المنافسة امتلاكه.

ثانياً-العلاقة بين الإيراد الكلي والحدي ومرونة الطلب: لان المؤسسة المحتكرة هي المؤسسة الوحيدة المنتجة للسلعة فان منحى الطلب على منتجات المؤسسة المحتكرة يتطابق تماما مع منحى طلب السوق، ولهذا فان منحى الطلب على إنتاج المؤسسة المحتكرة يكون ذو ميل سالب ومرونته تتغير من المالا نهاية للصفر كما يوضحه الشكل الموالي، أما منحى الإيراد الكلي $TR = P * Q$ والإيراد الحدي $RM = \frac{\Delta TR}{\Delta Q}$ فتم اشتقاقهما

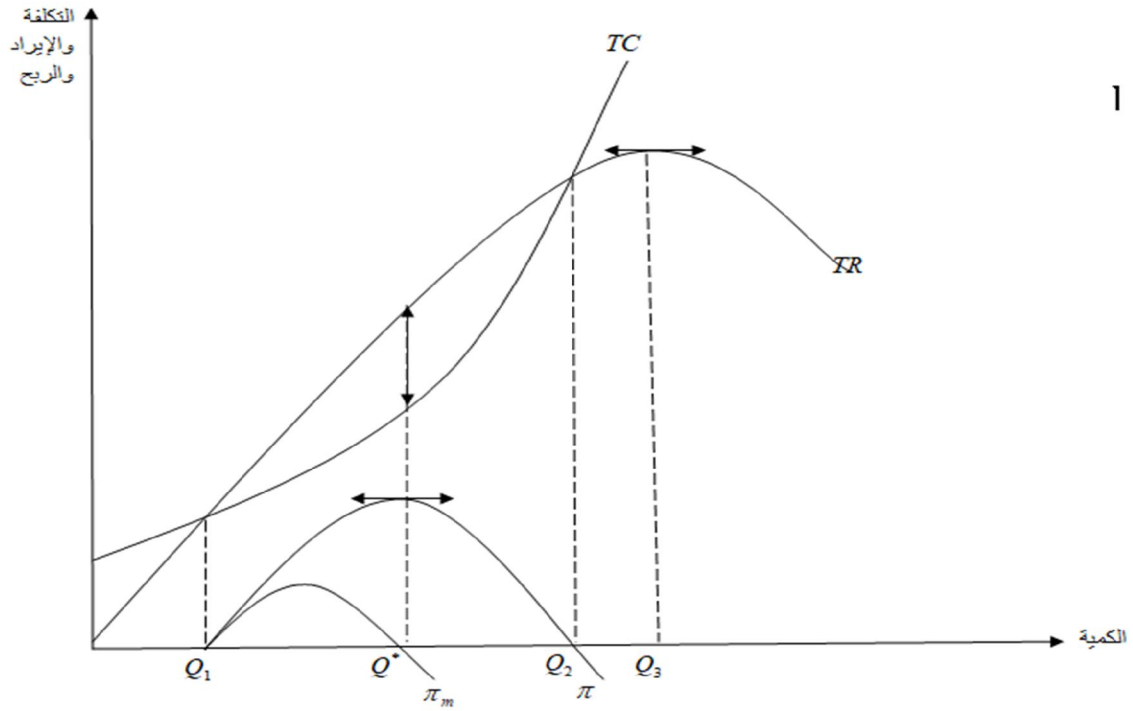
استنادا للعلاقة التالية: $RM = P \left(1 - \frac{1}{e}\right)$ ، يعني أن الإيراد الحدي ينطلق من نفس نقطة انطلاق خط الطلب

على المحور الراسي، لأنه عند النقطة السابقة المرونة تساوي المالا نهاية مما يعنى استنادا للعلاقة السابقة أن الإيراد الحدي يساوي السعر، ومنحناه عبارة عن خط مستقيم استنادا لكون منحى الطلب خط مستقيم.



ثالثاً-توازن المؤسسة المحتكرة في الأجل القصير: يكون هدف المحتكر ممثلاً في تعظيم الربح المحقق مثله مثل المتنافس، لذلك فإن تحديد الكمية التي يتعين عليه إنتاجها وبالتالي عرضها يخضع لنفس شروط التوازن الواردة في حالة سوق المنافسة الكاملة، لذلك يقسم الأسلوب المطبق من أجل تحديد كمية التوازن من الناحية الرياضية وكذلك البيانية إلى قسمين هما:

1-مدخل الإجماليات: بيانياً بحسب هذا المدخل فإن الكمية المعروضة التي تضمن تحقيق توازن المحتكر هي التي تضمن أكبر فرق بين الإيراد الكلي $TR(Q)$ والتكلفة الكلية $TC(Q)$ على أن يكون الأول أكبر من الثانية، جبرياً نحسب الربح الكلي بالنسبة للكمية $\pi(Q)$ ، والذي يساوي الفرق بين الإيراد الكلي والتكلفة الكلية $\pi(Q) = TR(Q) - TC(Q)$ ، ثم نطبق عليه الشرط الرياضي المتعلق بالتعظيم أو التمنية والمتمثل في كون مشتق النتيجة السابقة بالنسبة للكمية يساوي الصفر $\frac{\Delta \pi}{\Delta Q} = 0$ ، ولأن هذا الشرط لازم ولكنه غير كاف-مثلاً يعطينا النهاية العظمى، يعطينا كذلك النهاية الصغرى-فإننا نضيف له الشرط الثاني والمتمثل في كون المشتقة الثانية لدالة الربح الكلي بالنسبة للكمية تكون سالبة $-\frac{\Delta^2 \pi}{\Delta Q^2} \leq 0$ للدلالة على أن نهاية الربح الكلي هي عظمى- بيانياً تظهر هذه الحالة كما في الشكل الموالي:



يمكننا تسجيل الملاحظات التالية من الشكل أعلاه كما يلي:

– حجم الإنتاج الذي يتوافق واعظمية الأرباح الكلية للمحتكر Q^* يكون أقل من حجم الإنتاج الذي يعظم الإيرادات الكلية للمحتكر Q_3 .

– يتضح من الشكل كذلك أن حجم الإنتاج الذي يضمن أكبر فارق بين التكلفة الكلية للمحتكر وإيراداته هو Q^* ، والذي يسمى مستوى إنتاج التوازن للمحتكر.

– عند مستوى إنتاج التوازن يكون الربح الكلي أعظمي $\pi(Q) = RT(Q) - TC(Q)$ وبالتالي الربح الحدي يساوي الصفر $\frac{\Delta \pi}{\Delta Q} = 0$.

مثال: دالة الطلب على منتج محتكر معطاة بالعلاقة الرياضية التالية:

$$Q_D = 12 - \frac{3}{5}P$$

دالة تكاليف المحتكر السابق معطاة وفق الصيغة الرياضية التالية:

$$TC = \frac{1}{2}Q^3 - 4Q^2 + 16Q + 2$$

- إيجاد مستوى الإنتاج الذي يضمن المحتكر تحقيق أعظم ربح بتطبيق مدخل الإجماليات.

الحل: يمر إيجاد مستوى الإنتاج المطلوب بالخطوات التالية:

1- حساب الربح الكلي كما يلي:

$$Q_D = 12 - \frac{3}{5}P \Rightarrow P = -\frac{5}{3}Q_D + 20$$

$$\Rightarrow \pi = TR - TC = \left(-\frac{5}{3}Q + 20\right)Q - \frac{1}{2}Q^3 + 4Q^2 - 16Q - 2 = -\frac{1}{2}Q^3 + \frac{7}{3}Q^2 + 4Q - 2$$

2- مساواة الربح الحدي للصفر كما يلي:

$$Max \pi \Rightarrow \frac{\Delta \pi}{\Delta Q} = \pi_m = 0 \Rightarrow -\frac{3}{2}Q^2 + \frac{14}{3}Q + 4 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = \left(\frac{14}{3}\right)^2 - 4\left(-\frac{3}{2}\right)(4) = 21.77 + 24 = 45.77$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4.666 - 6.765}{-3} = 3.81 \\ Q_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4.666 + 6.765}{-3} = -0.7 \end{cases}$$

3- تحديد كمية توازن المحتكر: الأصح أننا نختار الحل الموجب ونرفض الحل السالب، وبالتالي نرشح الكمية

3.81 وحدة لتكون كمية التوازن، فهل تحقق الشرط الثاني للتوازن:

$$\frac{\Delta^2 \pi}{\Delta Q^2} \leq 0 \Rightarrow -3(3.8) + \frac{14}{3} \leq 0 \Rightarrow -6.73 < 0$$

وعليه فالنهاية السابقة لدالة الربح نهاية عظمى، وهو ما يعني أن الربح المحقق يساوي:

$$\pi = \frac{-1}{2}(3.81)^3 + \frac{7}{3}(3.81)^2 + 4(3.81) + 2 = -27.65 + 33.87 + 15.24 + 2 = 23.46 \text{ دج}$$

2- **مدخل الحدية:** بحسب هذا المدخل يكون المحتكر في حالة توازن عند ذلك المستوى من الإنتاج الذي

يتساوى فيه الإيراد الحدي RM مع التكلفة الحدية CM عندما تكون هذه الأخيرة متزايدة، وهي في الحقيقة

تطبيق للقاعدة الذهبية السابقة-الربح الكلي أعظمي معناه مشتقته بالنسبة للكمية تساوي الصفر-، وهذا ما نعبر

عنه رياضياً كالتالي للوصول إلى النتيجة السابقة:

$$\pi = TR - TC$$

$$\Rightarrow \text{Max} \pi \Leftrightarrow \frac{\Delta \pi}{\Delta Q} = 0$$

$$\frac{\Delta \pi}{\Delta Q} = 0 \Leftrightarrow \frac{\Delta TR}{\Delta Q} - \frac{\Delta TC}{\Delta Q} = 0 \Leftrightarrow RM = CM$$

أما الشرط الثاني للتوازن والمتمثل في كون الشرط الأول يعبر عن نهاية عظمى وليس دنيا، فإننا نتحصل عليه رياضيا بالطريقة التالية:

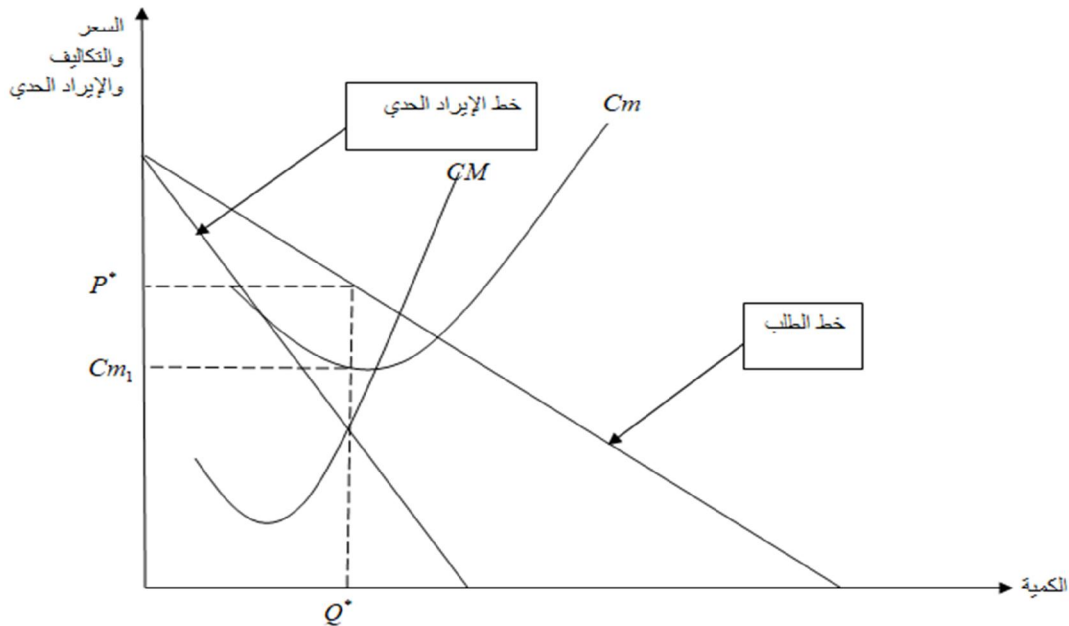
$$\pi = TR - TC \Rightarrow \frac{\Delta^2 \pi}{\Delta Q^2} < 0 \Rightarrow \frac{\Delta RM}{\Delta Q} - \frac{\Delta CM}{\Delta Q} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta RM}{\Delta Q} < \frac{\Delta CM}{\Delta Q} \dots \dots \dots (1)$$

تتحقق العبارة رقم -ميل منحنى التكلفة الحدية اكبر من ميل منحنى الإيراد الحدي- إذا وفقط إذا كانت التكلفة الحدية متزايدة والإيراد الحدي متناقص، أي لما :

$$\frac{\Delta CM}{\Delta Q} > 0 \wedge \frac{\Delta RM}{\Delta Q} < 0$$

يظهر توازن المحتكر بيانيا كما في الشكل الموالي:



نلاحظ من الشكل السابق انه عند مستوى الإنتاج Q^* يتحقق $CM = RM$ أين يكون الربح أعظم ما يمكن ويساوي $\pi = Q^*(P^* - Cm_1)$ ، أما السعر P^* فيتحقق عن طريق خط الطلب، يعني بتعويض كمية التوازن في دالة الطلب.

مثال: خذ نفس معطيات المثال السابق وحدد كمية توازن المحتكر بتطبيق مدخل الحدية.

الحل: إيجاد كمية توازن المحتكر يمر بالخطوات التالية:

1- إيجاد دالة التكلفة الحدية كالتالي:

$$TC = \frac{1}{2}Q^3 - 4Q^2 + 16Q + 2 \Rightarrow CM = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} = \frac{3}{2}Q^2 - 8Q + 16$$

2- إيجاد دالة الإيراد الحدي كما يلي:

$$Q_D = 12 - \frac{3}{5}P \Rightarrow P = -\frac{5}{3}Q + 20 \Rightarrow TR = P * Q = -\frac{5}{3}Q^2 + 20Q \Rightarrow RM = \frac{\Delta TR}{\Delta Q} = -\frac{10}{3}Q + 20$$

3- تطبيق شرط التوازن $CM = RM$ كالتالي:

$$CM = RM \Rightarrow \frac{3}{2}Q^2 - 8Q + 16 = -\frac{10}{3}Q + 20 \Rightarrow \frac{3}{2}Q^2 - \frac{14}{3}Q - 4 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = \left(-\frac{14}{3}\right)^2 - 4\left(\frac{3}{2}\right)(-4) = 21.77 + 24 = 45.77 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 6.76$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4.66 - 6.76}{3} = -0.7 \\ Q_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4.66 + 6.76}{3} = 3.8 \end{cases}$$

الآن لقبول الكمية المحصل عليها 3.8 وحدة لا بد أن يتحقق الشرط الثاني للتوازن، أي:

$$TC = \frac{1}{2}Q^3 - 4Q^2 + 16Q + 2 \Rightarrow \frac{\Delta CM}{\Delta Q} > 0 \Rightarrow 3(3.8) - 8 > 0 \Rightarrow 3.4 > 0$$

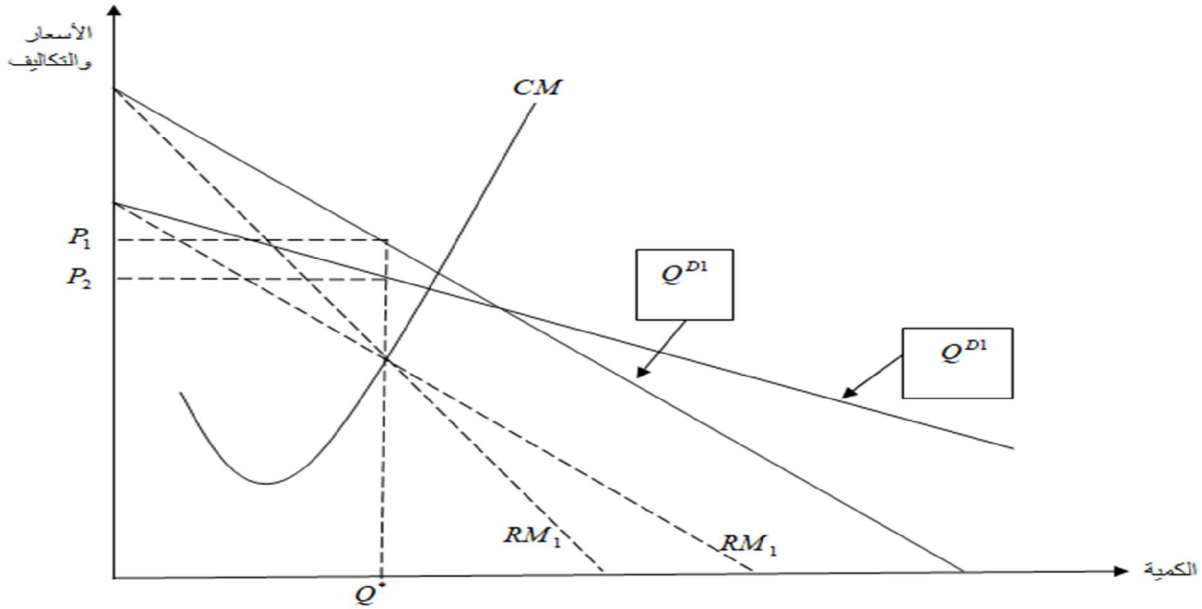
^

$$TR = -\frac{5}{3}Q^2 + 20Q \Rightarrow RM = -\frac{10}{3}Q + 20 \Rightarrow \frac{\Delta RM}{\Delta Q} = -\frac{10}{3} < 0$$

ومنه كمية توازن المحتكر هي 3.8 وحدة وسعر توازنه هو $P = -\frac{5}{3}(3.8) + 20 = 13.66$.

ملاحظة: لا يمكن معرفة دالة عرض المؤسسة المحتكرة في المدى القصير، وتكون هذه القاعدة صحيحة بالنسبة لجميع المؤسسات العاملة في ظروف المنافسة غير الكاملة، بالنسبة للأولى الأمر صحيح لان بإمكانها

عرض نفس الكمية بأسعار مختلفة، فلو افترضنا أن المنحنيات Q^{D1} و Q^{D2} هما منحنيي طلب متناوبين يواجهان المحتكر كما في الشكل الموالي، فسيكون بإمكانه أن يبيع لهما نفس الكمية Q^* بسعرين مختلفين هما P_1 و P_2 ، يعني إذا واجه منحني الطلب الأول Q^{D1} سيحقق التوازن إذا باع الكمية Q^* بالسعر P_1 ، وإذا واجه منحني الطلب الثاني Q^{D2} سيحقق التوازن إذا طرح نفس الكمية السابقة Q^* بالسعر P_2 .



مثال: يبين الجدول التالي تطور التكاليف الحدية لمحتكر عند مستويات مختلفة من الإنتاج.

حجم الإنتاج	التكاليف الحدية
0	–
0.75	1.5
1	1.25
1.5	1
2	1.5
2.5	3
3	5
3.25	6.5

–إذا واجه هذا المحتكر دوال الطلب التالية بالتناوب: $P = -Q + 8$ ، $P = -\frac{10.5}{7}Q + 10.5$ ، فحدد سعر وكمية

التوازن في كل مرة.

الحل: لتحديد كمية توازن المحتكر في كل مرة فإننا يجب أن نحسب الإيراد الحدي المقابل لقيم الإنتاج الواردة في الجدول السابق كما يلي:

Q	CM	$RM_1 = -2Q + 8$	$RM_2 = -3Q + 10.5$
0	—	-	—
0.75	1.5	6.5	8.25
1	1.25	6	7.5
1.5	1	5	6
2	1.5	4	4.5
2.5	3	3	3
3	5	2	1.5
3.25	6.5	1.5	0.45

بتطبيق شرط توازن المحتكر في حالة مواجهته لمنحنى الطلب الأول نجد انه يحقق التوازن عند عرضه

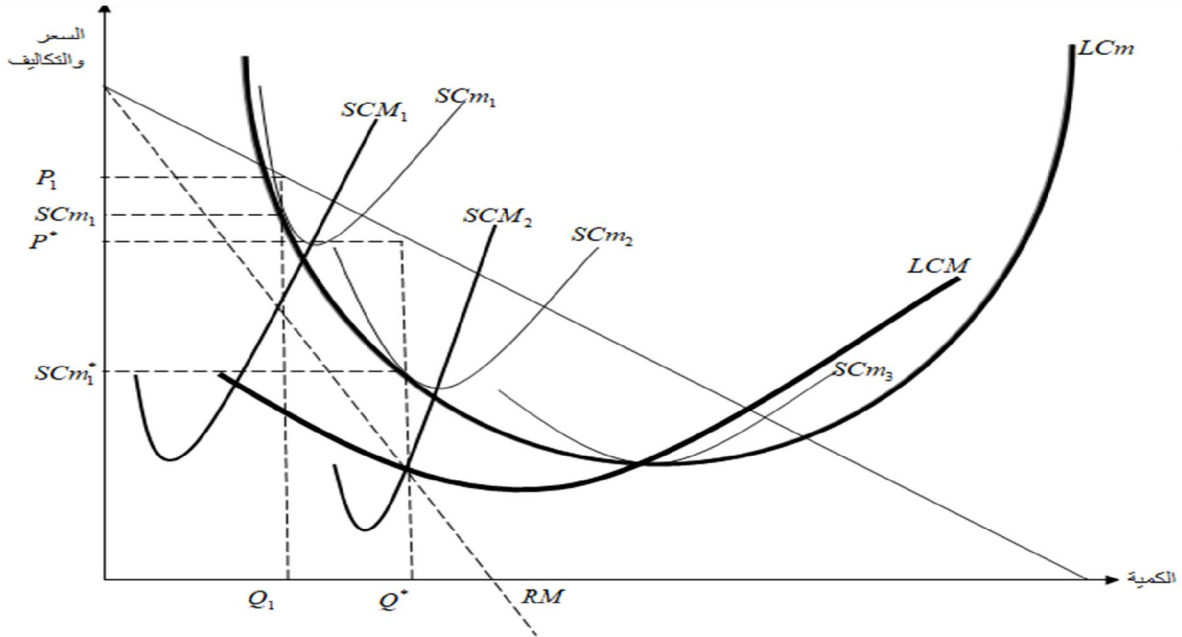
لكمية مقدارها 2.5 وحدة بسعر $P = -(2.5) + 8 = 5.5$ ، في حين لو واجه منحنى الطلب الثاني سيعرض نفس

$$الكمية لكن بالسعر $P = -\frac{10.5}{7}(2.5) + 10.5 = 6.75$.$$

رابعاً-توازن المحتكر في المدى الطويل: إذا حققت المؤسسة المحتكرة أرباحاً بحتة في الأجل القصير فان

هذا سيمكنها من الاستمرار في النشاط وتعديل حجم المؤسسة لزيادة الأرباح، ولن يتوقف الأمر مادامت

التكلفة الحدية في المدى الطويل اصغر من الإيراد الحدي كما في الشكل الموالي:



يبين الشكل السابق أن المحتكر لا يكون في حالة توازن في المدى الطويل إذا أدار المشروع الأول، حيث بإدارته لهذا المشروع سيكون الإيراد الحدي RM_1 أكبر من التكلفة الحدية في المدى الطويل، وعلى العكس من هذا نجد أن اختياره للمشروع الثاني بإنتاجه Q^* وبيعها بالسعر P^* سيحقق له أعظم ربح في الأمد الطويل $(P^* - SCm_2^*)Q^*$ ، مع العلم أن المستوى السابق للإنتاج يحقق تساوي التكلفة الحدية في الأجل الطويل مع الإيراد الحدي، ويكون الانحدار السالب لمنحنى هذا الأخير أكبر من الانحدار الموجب لمنحنى التكلفة الحدية في الأجل الطويل، كما يتحقق كذلك تساوي التكلفة المتوسطة في الأجل الطويل مع نظيرتها في الأجل القصير، وعلى ضوء هذا التحليل يكون المحتكر في توازن الأجل الطويل عندما تتساوى التكلفة في الأجل الطويل LCM مع نظيرتها في الأجل القصير SCM ويساويان الإيراد الحدي RM .

مثال: قدرت دالة تكاليف محتكر في المدى الطويل وفق العلاقة الرياضية التالية:

$$TC = 0.04Q^3 - 0.95Q^2 + 11Q$$

دالة الطلب على منتج هذا المحتكر معطاة كالتالي:

$$P = -Q^D + 84.5$$

1- حدد كمية توازن هذا المحتكر في المدى الطويل.

2- لتحقيق التوازن أمام المحتكر الاختيار بين مشروعين اثنين حيث تعطى دالة تكاليفهما وفق الصيغتين الرياضيتين التاليتين:

$$TC_A = 0.04Q^3 - 0.9Q^2 + 10Q + 5$$

$$TC_B = 0.04Q^3 - 0.9Q^2 + 9Q + 20$$

– حدد أي المشروعين يحقق له التوازن.

الحل:

1- تحديد كمية توازن المحتكر في المدى الطويل: نطبق الشرط الأول للتوازن كما يلي:

$$TR = P * Q = -Q^2 + 84.5Q \Rightarrow RM = -2Q + 84.5$$

$$CM = 0.12Q^2 - 1.9Q + 11$$

$$\Rightarrow CM = RM \Leftrightarrow 0.12Q^2 - 1.9Q + 11 = -2Q + 84.5 \Rightarrow 0.12Q^2 + 0.1Q - 73.5 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (0.1)^2 - 4(0.12)(-73.5) = 35.29 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 5.94$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = \frac{-0.1 - 5.94}{0.24} = -25.16 \\ Q_2 = \frac{-0.1 + 5.94}{0.24} = 24.33 \end{cases}$$

واضح أن الكمية السالبة سترفض، والأخرى لكي تقبل يجب أن تحقق الشرط الثاني للتوازن، أي:

$$\frac{\Delta CM}{\Delta Q} = 0.24(24.33) - 1.99 = 5.8392 - 1.99 = 3.84 >$$

$$\frac{\Delta RM}{\Delta Q} = -2 < 0$$

وهذا يعني أنه عند التوازن ستكون التكلفة الحدية متزايدة والإيراد الحدي متناقص، وأن معدل التزايد في التكلفة الحدية يفوق معدل التناقص في الإيراد الحدي، وهو ما يشير لتحقيق الشرط الثاني للتوازن، أي أن كمية توازن المحتكر في المدى الطويل تقدر 24.33 وحدة.

2- تحديد أي المشروعين سيختار في المدى الطويل: المشروع الذي سيختار هو الذي يحقق التساوي بين المنفعة الحدية والإيراد الحدي عند نفس مستوى الإنتاج الذي تساوت فيه التكلفة الحدية في المدى الطويل والإيراد الحدي، يمكن معالجة هذه الحالة رياضياً كما يلي:

المشروع A:

$$\begin{aligned}
 CM_1 = RM &\Leftrightarrow 0.12Q^2 - 1.8Q + 10 = -2Q + 84.5 \\
 &\Rightarrow 0.12Q^2 + 0.2Q - 74.5 = 0 \\
 &\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (0.2)^2 - 4(0.12)(-74.5) = 35.8 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 5.98
 \end{aligned}$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = \frac{-0.2 - 5.98}{0.24} < 0 \\ Q_2 = \frac{-0.2 + 5.98}{0.24} = 24.08 \end{cases}$$

المشروع B:

$$\begin{aligned}
 CM_1 = RM &\Leftrightarrow 0.12Q^2 - 1.8Q + 9 = -2Q + 84.5 \\
 &\Rightarrow 0.12Q^2 + 0.2Q - 75.5 = 0 \\
 &\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (0.2)^2 - 4(0.12)(-75.5) = 36.28 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 6.02
 \end{aligned}$$

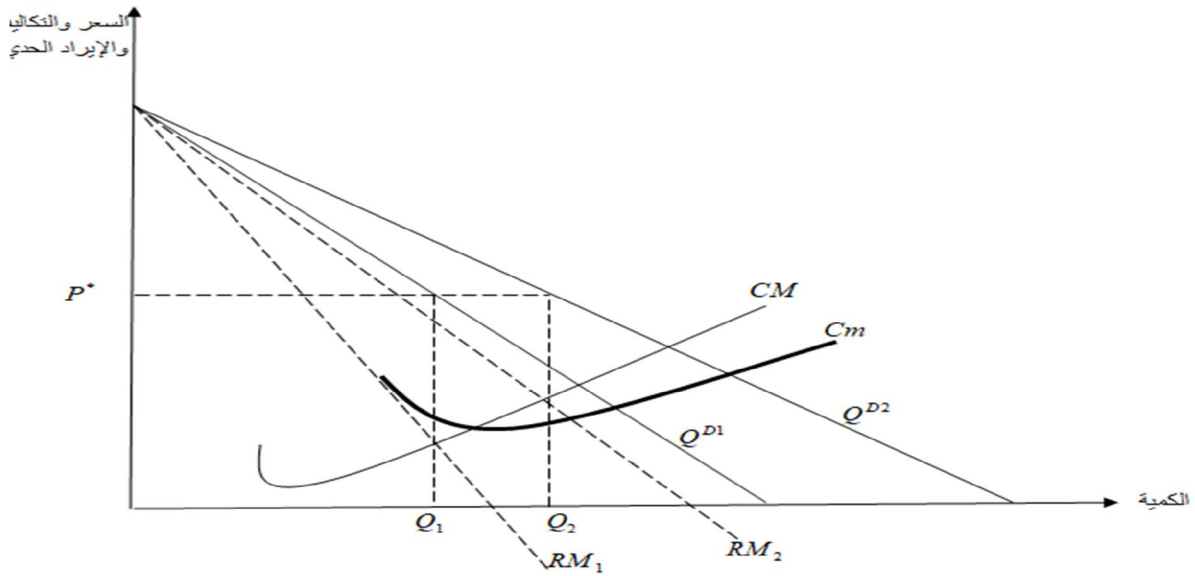
$$\Delta > 0 \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = \frac{-0.2 - 5.98}{0.24} < 0 \\ Q_2 = \frac{-0.2 + 5.98}{0.24} = 24.33 \end{cases}$$

نستنتج أن المشروع الذي سيحقق التوازن لهذا المحتكر هو المشروع B، بإنتاج 24.33 وحدة وفرض السعر $P = -(24.33) + 84.5 = 60.17$ ، عند المستوى السابق للإنتاج يتحقق $LCM = SCM = RM$.

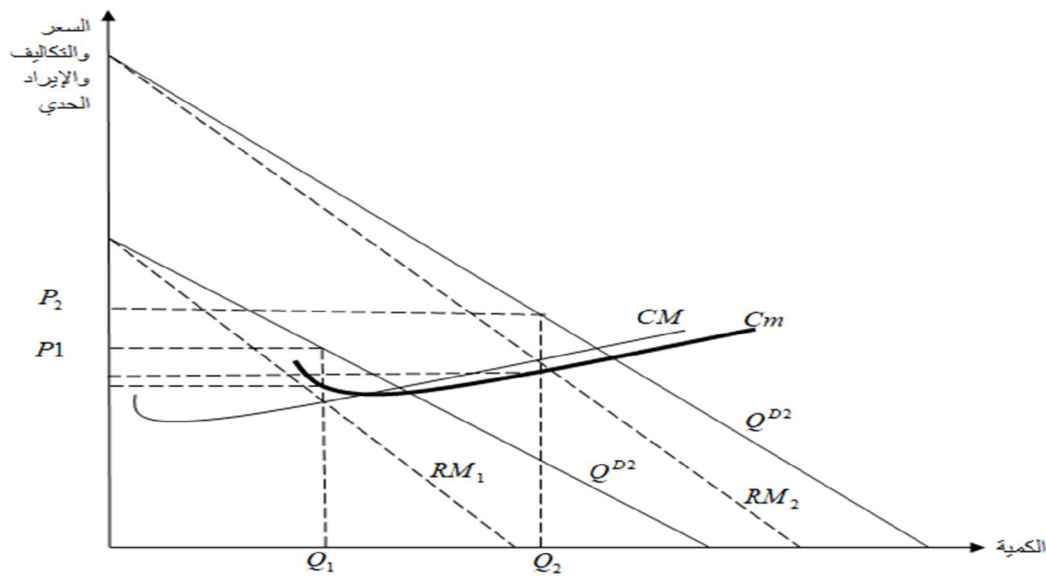
خامسا- اثر التغير في الطلب والتكاليف على توازن المؤسسة المحتكرة.

1- اثر التغير في الطلب على توازن المحتكر: قد يتبادر لذهن الكثير من طلبة الاقتصاد أن الزيادة في طلب السوق -تغير منحنى الطلب نحو الشمال الغربي- يواجهه بتصرف طبيعي من طرف المحتكر من خلال زيادة سعر بيع منتجاته، وهذا اعتقاد خاطئ فزيادة طلب السوق يتأقلم معه المحتكر بكمية اكبر وسعر اكبر، يساوي أو اقل من سعر التوازن الأصلي، وعلى الرغم من ذلك يحقق ربح أعظم من الربح الأصلي، تظهر هذه الحالات الثالثة في الأشكال الموالية:

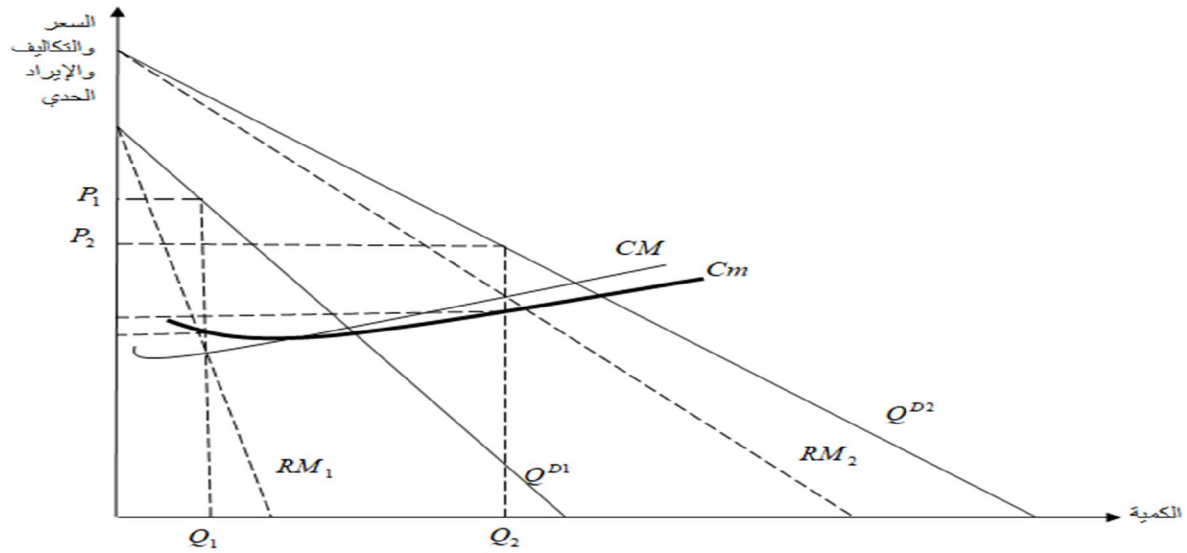
1- حالة السعر ثابت: في البداية يواجه المحتكر دالة الطلب الأولى أي Q^{D1} ويؤدي تطبيق الشرط الأول للتوازن للحصول على نقطة التوازن الأولى (P^*, Q_1) ، في حين لما يواجه دالة الطلب الثانية تكون نقطة التوازن هذه المرة هي (P^*, Q_2) ، الشيء الملاحظ أن الربح في الحالة الثانية $Q_2(P^* - Cm_2)$ اكبر منه في الحالة الأولى $Q_1(P^* - Cm_1)$.



2- حالة ارتفاع السعر: في البداية يواجه المحتكر دالة الطلب الأولى أي Q^{D1} ويؤدي تطبيق الشرط الأول للتوازن للحصول على نقطة التوازن الأولى (P_1, Q_1) ، في حين لما يواجه دالة الطلب الثانية تكون نقطة التوازن هذه المرة هي (P_2, Q_2) ، الشيء الملاحظ أن الربح في الحالة الثانية $Q_2(P_2 - Cm_2)$ أكبر منه في الحالة الأولى $Q_1(P_1 - Cm_1)$.



3- حالة انخفاض السعر: في البداية يواجه المحتكر دالة الطلب الأولى أي Q^{D1} ويؤدي تطبيق الشرط الأول للتوازن للحصول على نقطة التوازن الأولى (P_1, Q_1) ، في حين لما يواجه دالة الطلب الثانية تكون نقطة التوازن هذه المرة هي (P_2, Q_2) ، الشيء الملاحظ أن الربح في الحالة الثانية $Q_2(P_2 - Cm_2)$ اكبر منه في الحالة الأولى $Q_1(P_1 - Cm_1)$.

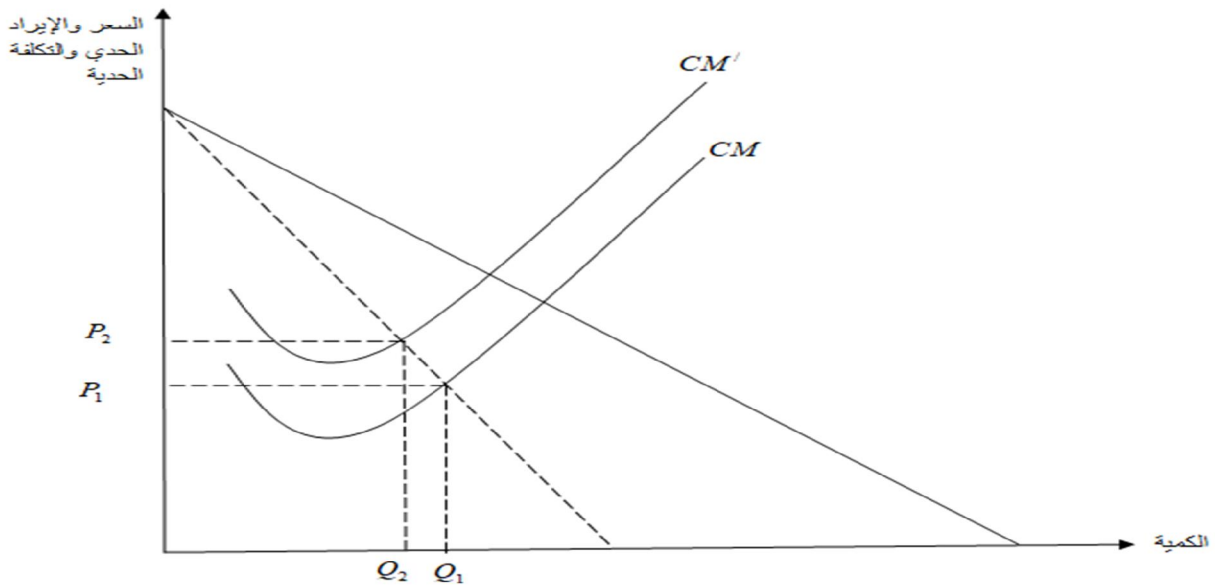


هذا ما يجعلنا نستنتج أن المحتكر قد يلجأ لسياسة خفض السعر رغم ارتفاع الطلب في حالة ما وقع منحنى الطلب الجديد فوق منحنى الطلب القديم وتميز هذا الأخير بمرونة اقل من المنحنى الجديد عند مستوى السعر الأصلي، وبالمثل إذا انخفض الطلب وكان منحنى الطلب الجديد يتميز بمرونة اقل من الطلب القديم، ففي هذه الحالة أيضا يمكن للمحتكر رفع سعر إنتاجه، وهذه النتيجة بإمكانها تفسير بعض من الظواهر التي كانت ربما في السابق تعتبر شاذة بالنسبة لطلبة الاقتصاد والتي منها قيام بعض المؤسسات المحتكرة برفع سعر منتجاتها في فترات كساد الطلب، أو خفض سعر إنتاجها في حالات انتعاش الطلب.

2- **اثر التغير في التكاليف:** تعتبر التكاليف من محددات اتخاذ القرار بالنسبة للمؤسسة المحتكرة فيما يخص الأسعار التي تفرضها والكميات التي ستعرضها في الأجلين القصير والطويل من اجل تحقيق أعظم ربح، ذلك أنها تدخل في إحدى طرفي معادلة التوازن، وبالتالي التغير فيها من شأنه التأثير على التوازن كما يلي:

أ- **اثر التكلفة الثابتة:** لان التكلفة الثابتة لا تؤثر على معادلة التكلفة الحدية، كما لا تغير دالة الإيراد الحدي، فمعنى هذا ينصرف لكون التكلفة الثابتة لا تؤثر على التوازن في المدى القصير بالنسبة للمحتكر، كما لا تؤثر في المدى الطويل إذا كانت مغطاة بأرباح بحتة، خلاف هذا الأمر يجب على المحتكر غلق أبوابه، أي لما تفوق التكلفة الثابتة حجم الأرباح البحتة المحققة.

ب- **اثر التكاليف المتغيرة:** من أمثلتها أجور العمال، الأسعار الجارية للطاقة وتكلفة المادة الأولية، فهذا النوع من التكاليف في حالة زيادتها تنقل منحنى التكلفة الحدية إلى الشمال الغربي في الوقت الذي يبقى فيه منحنى الإيراد الحدي ثابتا، وهذا من شأنه تحديد نقطة توازن أخرى للمحتكر تتميز بكمية اقل وسعر أعلى كما يظهر في الشكل الموالي، بحيث يتحدد وضع توازن المحتكر عندما ينتج الكمية Q_1 ويبيعها بالسعر P_1 ، إذا حدثت زيادة في التكاليف المتغيرة بحيث انتقل منحنى CM إلى CM' ، سيحدث التقاطع بين CM' الجديدة و RM عندما ينتج المحتكر الكمية Q_2 والتي تعتبر اقل من الأولى ويبيعها بالسعر P_2 الذي يعتبر هو الآخر اكبر من الأول.



ج- **اثر الضريبة الوحيدة:** من أمثلتها الرسم على القيمة المضافة والذي يفرض على كل وحدة منتجة وبالتالي مباعه، والذي في حالة فرضه من شأن ذلك زيادة التكاليف الكلية بمقدار الرسم مضروب في الكمية

وهو ما يسبب ارتفاع التكلفة المتوسطة بمقدار الرسم t ، $TC' = \int (Q) + tQ$ ، وكذلك التكلفة الحدية $CM' = \frac{\int (Q)}{Q} + t$ ، $CM' = \frac{\int (Q)}{Q} + t$ ، وأي تتحدد نقطة

تقاطع جديدة بين منحنى التكلفة الحدية الجديدة والإيراد الحدي الذي بقي ثابت، تتميز نقطة التوازن الجديدة بسعر أعلى لكنه في جميع الحالات يقل عن سعر التوازن الأصلي زائد مقدار الرسم حتى ولو كان منحنى

التكلفة الحدية ذو ميل يساوي الصفر، وهذا ما يشير إلى أن:

1- المستهلك يتحمل مقدار الفرق بين السعرين $\Delta P = P_1 - P_2$ ذلك أنه كان يدفع السعر P_1 قبل الرسم

وأصبح يدفع السعر P_2 بعد فرض الرسم كما في الشكل الموالي، أما المؤسسة المحتكرة فتتحمل

$$. t - \Delta P$$

2- وكمية أقل والتي يمكننا البرهان على انخفاضها كلما زاد معدل الرسم بالطريقة التالية:

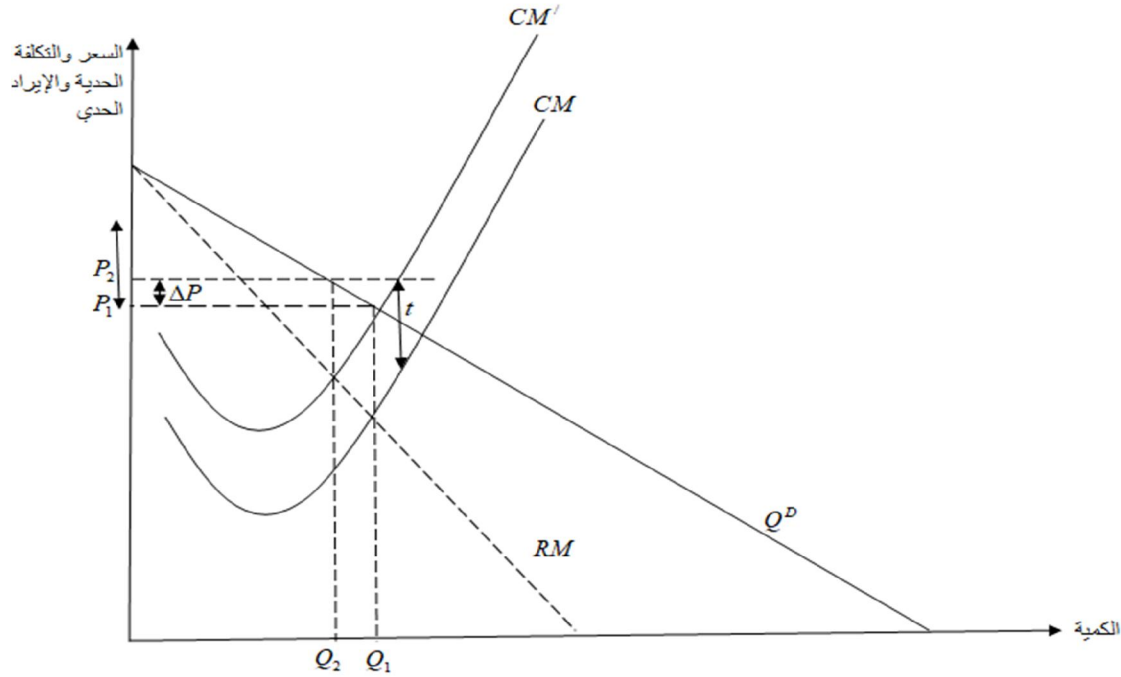
شرط التوازن الأول في حالة فرض رسم يكتب كالتالي:

$$RT = TC + tQ \Rightarrow RM = CM + t \Rightarrow RT''(Q)dQ = TC''(Q)dQ + dt$$

$$\Rightarrow \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{RT''(Q) - TC''(Q)} \dots \dots \dots (1)$$

مقام الطرف الأيمن للمعادلة رقم واحد السابقة سالب تماما وهو ما يعني أن العلاقة بين بسط ومقام

الطرف الأيسر تكون عكسية، أي كلما ارتفع مقدار الرسم كلما انخفضت كمية توازن المحتكر.



مثال: يواجه محتكر دالة الطلب التالية:

$$P = -2Q^D + 20$$

يضاف إلى ما سبق دالة التكلفة الكلية للمحتكر السابق تأخذ الصيغة الرياضية التالية:

$$TC = 2Q^2 - 10Q + 5$$

1- احسب الكمية المثلى التي تعظم أرباح المحتكر وكذلك السعر.

2- إذا فرض رسم عن كل وحدة منتجة مقداره 1.5 دج، حلل اثر الرسم على المستهلك وكذلك المحتكر.

الحل:

1- حساب كمية توازن المحتكر وكذلك السعر: نطبق الشرط الأول للتوازن فنجد:

$$TR = P * Q = -2Q^2 + 20Q \Rightarrow RM = -4Q + 20$$

$$TC = 2Q^2 - 10Q + 5 \Rightarrow CM = 4Q - 10$$

$$CM = RM \Rightarrow 4Q - 10 = -4Q + 20 \Rightarrow Q = \frac{30}{8} = 3.75$$

$$\Rightarrow P = -2(3.75) + 20 = 12.5 \text{ دج}$$

لان $Q = 3.75$ تحقق شروط الدرجة الثانية $\frac{\Delta^2 TR}{\Delta Q^2} = -4 < 0$ و $\frac{\Delta^2 TC}{\Delta Q^2} = 4 > 0$ يمكن اعتبارها كمية

توازن المحتكر، الذي يبيع السلعة السابقة بالسعر $P = 12.5$ وبالتالي يحقق ربح مقداره:

$$\pi = TR - TC = -4Q^2 + 30Q - 5 = -4(3.75)^2 + 30(3.75) - 5 = 51 \text{ دج}$$

2- إيجاد سعر وكمية التوازن بعد فرض الرسم كالتالي:

$$TC = 2Q^2 - 10Q + 20 + 1.5Q = 2Q^2 - 8.5Q + 20 \Rightarrow CM = 4Q - 8.5$$

$$CM = RM \Leftrightarrow 4Q - 8.5 = -4Q + 20 \Rightarrow Q = 3.5625$$

$$\Rightarrow P = -2(3.5625) + 20 = 12.875$$

لان $Q = 3.5625$ تحقق شروط الدرجة الثانية $\frac{\Delta^2 TR}{\Delta Q^2} = -4 < 0$ و $\frac{\Delta^2 TC}{\Delta Q^2} = 4 > 0$ يمكن اعتبارها كمية

توازن المحتكر بعد فرض الرسم، الذي يبيع السلعة السابقة بالسعر $P = 12.875$ وبالتالي يحقق ربح مقداره:

$$\pi = TR - TC = -4Q^2 + 28.5Q - 5 = -4(3.5625)^2 + 28.5(3.5625) - 5 = 45.766 \text{ دج}$$

مقدار الرسم: 1.5 دج.

يتحمل المستهلك: $\Delta P = 0.375$ دج.

يتحمل المحتكر: $t - \Delta P = 1.125$ دج.

سادسا- التميز الاحتكاري: معناه قيام المؤسسة المحتكرة ببيع نفس السلعة في سوقين مختلفين أو أكثر وبأسعار مختلفة، ومن الأمثلة على هذا قيام المحتكر ببيع نفس المنتج بسعر أعلى للمستهلك المحلي إذا ما قورن بالمستهلك الأجنبي الذي يحصل عليه بسعر أدنى، أيضا قيام ملاعب كرة القدم أو صالات الملاكمة ببيع نفس التذكرة بأسعار مختلفة للمشاهدين، مع العلم أن المحتكر لا يميز بين المستهلكين بسبب اختلاف التكلفة وإنما يكمن السر وراء ذلك في اختلاف مرونة الطلب بين الأسواق، لهذا فان مصلحته تستدعي البيع بسعر أعلى في السوق الذي يتميز بمرونة منخفضة، والبيع بسعر منخفض في السوق الذي يتميز بمرونة عالية، وتتمثل المتطلبات الأساسية لممارسة التميز الاحتكاري في:

1- تباين مرونة الطلب بين الأسواق، يعني توفر سوقين متباعدين لا يعني نجاح السياسة السابقة بقدر ما يتطلب نجاحها اختلاف مرونة الطلب السعرية.

2- انعدام احتمال شراء المنتج من السوق ذات السعر المنخفض وبيعه في السوق ذات السعر المرتفع، وهو ما يشير ضمنا لضرورة تباعد الأسواق.

لنفترض أن مجمع احتكاري يواجه دالة الطلب الإجمالية التالية:

$$P = f(Q_1, Q_2, \dots, Q_n)$$

تكتب دالة التكلفة الكلية للمجمع السابق على الشكل:

$$TC = \int (Q) = \int (Q_1, Q_2, \dots, Q_n)$$

يمكن التعبير عن هدف المجمع الاحتكاري-تعظيم الربح- بالطريقة التالية:

$$\text{Max} \pi = TR_1 + TR_2 + \dots + TR_n - TC$$

لإيجاد أعظم ربح بالنسبة للكميات المباعة في كل سوق نقوم بالاشتقاق الجزئي بالنسبة للمتغيرات لنحصل

على:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta \pi_1}{\Delta Q_1} = \frac{\Delta TR_1}{\Delta Q_1} - \frac{\Delta TC}{\Delta Q_1} = 0 \Rightarrow RM_1 = CM_1 \\ \frac{\Delta \pi_2}{\Delta Q_2} = \frac{\Delta TR_2}{\Delta Q_2} - \frac{\Delta TC}{\Delta Q_2} = 0 \Rightarrow RM_2 = CM_2 \\ \vdots \\ \frac{\Delta \pi_n}{\Delta Q_n} = \frac{\Delta TR_n}{\Delta Q_n} - \frac{\Delta TC}{\Delta Q_n} = 0 \Rightarrow RM_n = CM_n \end{array} \right.$$

إلا أن $CM_1 = CM_2 = \dots = CM_n = CM$ ومنه نستنتج أن الشرط الأول لتعظيم الربح يصبح:

$$RM_1 = RM_2 = \dots = RM_n = CM$$

في حين تكتب شروط الدرجة الثانية لتعظيم الربح كالتالي:

$$\frac{\Delta^2 TR_1}{\Delta Q_1^2} < \frac{\Delta^2 TC}{\Delta Q^2} \wedge \frac{\Delta^2 TR_2}{\Delta Q_2^2} < \frac{\Delta^2 TC}{\Delta Q^2} \wedge \dots \wedge \frac{\Delta^2 TR_n}{\Delta Q_n^2} < \frac{\Delta^2 TC}{\Delta Q^2}$$

مثال: يسوق محتكر سلعته Q في سوقين مختلفين، تكتب دالة الطلب في كل سوق كالتالي:

$$Q_1 = 70 - 0.5P$$

$$Q_2 = 105 - 1.5P$$

تكتب دالة التكلفة الكلية للمحتكر السابق على الشكل:

$$TC = 0.4Q^2 + 100$$

1- إذا لم يميز المحتكر السابق بين السوقين حدد أعظم ربح يمكن أن يتحصل عليه.

2- إذا انتهج المحتكر السابق سياسة التميز الاحتكاري، احسب أعظم ربح في هذه الحالة.

الحل:

1- حساب الربح في حالة لم يميز المحتكر بين السوقين: في هذه الحالة تكون دالة الطلب السوقي الموجهة نحو منتجات المحتكر تأخذ الصيغة الموالية:

$$Q^D = Q_1 + Q_2 = 175 - 2P \Rightarrow P = -\frac{1}{2}Q + 87.5$$

$$\Rightarrow RT = P * Q = -\frac{1}{2}Q^2 + 87.5Q \Rightarrow RM = -Q + 87.5$$

$$RM = CM \Leftrightarrow -Q + 87.5 = 0.8Q \Rightarrow Q = 48.61$$

$$\Rightarrow P = -0.5(48.61) + 87.5 = 63.2$$

لكي تكون الكمية السابقة الكمية المطلوبة التي تعظم الربح يجب أن تحقق الشرط الثاني للتوازن أي:

$$\frac{\Delta^2 RT}{\Delta Q^2} = -1 < 0 \wedge \frac{\Delta^2 TC}{\Delta Q^2} = 0.8 > 0$$

نلاحظ أن الكمية السابقة تحقق شروط الدرجة الثانية للتوازن، وهو ما يعني أنها مستوى الإنتاج الذي يعظم ربح المحتكر والذي يساوي:

$$\pi = RT - TC = -0.9Q^2 + 87.5Q - 100 = -0.9(48.61)^2 + 87.5(48.61) - 100 = 2026.74 \text{ دج}$$

2- حساب ربح المحتكر في حالة ممارسته لسياسة التميز الاحتكاري: نحسب الربح في كل سوق ونساويه للتكلفة الحدية كالتالي:

السوق الأول:

$$CM = 0.8Q = 0.8(48.61) = 38.888$$

$$TR_1 = -2Q_1^2 + 140Q \Rightarrow RM_1 = -4Q_1 + 140$$

$$RM_1 = CM \Leftrightarrow -4Q_1 + 140 = 38.88 \Rightarrow Q_1 = 25.28$$

$$\Rightarrow P_1 = -2(25.28) + 140 = 89.44$$

مصلحة المحتكر تعني إنتاجه 25.28 وحدة في السوق الأول وبيعها بالسعر 89.44 دج.

السوق الثاني:

$$CM = 0.8Q = 0.8(48.61) = 38.888$$

$$TR_2 = -0.66Q_2^2 + 70Q \Rightarrow RM_2 = -1.32Q_2 + 70$$

$$RM_2 = CM \Leftrightarrow -1.32Q_2 + 70 = 38.88 \Rightarrow Q_2 = 23.57$$

$$\Rightarrow P_2 = -0.66(23.57) + 70 = 54.44$$

مصلحة المحتكر تعني إنتاجه 23.57 وحدة في السوق الأول وبيعها بالسعر 54.44 دج، أما عن الربح في هذه الحالة فيحسب كما يلي:

$$\pi = TR_1 + TR_2 - TC = -2(25.28)^2 + 140(25.28) - 0.66(23.57)^2 + 70(23.57) - 0.8(25.28 + 23.57) - 100$$

$$\Rightarrow \pi = 2486.5 \text{ دج}$$

الملاحظ أن ربح المحتكر في حالة التميز الاحتكاري اكبر منه في حالة عدم ممارسة السياسة السابقة.

سابعاً- الإنتاج بأكثر من مصنع واحد: تختلف تكلفة الإنتاج باختلاف المناطق الجغرافية، ذلك أنه توجد مناطق غنية بالمواد الأولية وبالتالي أسعارها منخفضة نسبياً إذا ما قورنت بالمناطق الباقية، وأخرى تتوفر على يد عاملة رخيصة، ومناطق أخرى مستفيدة من امتيازات ضريبية، في حين نجد بعض المناطق قريبة من المستهلكين وبالتالي تستفيد من انخفاض أعباء النقل، فإذا توفرت لمحتكر تجهيزات إنتاجية تغطي كل أو بعض المناطق السابقة فإن اشكالته ليست فقط الكمية الإجمالية الواجب عليه إنتاجها، وإنما تنصرف كذلك لتوزيع الإنتاج بين الأجهزة المختلفة.

لنفترض أن مجمع احتكاري يمتلك n مصنع لإشباع الطلب الذي يمكن التعبير عنه رياضياً بالطريقة التالية:

$$P = \int(Q)$$

لأن الطلب الموجه للمجمع ما هو إلا مجموع الطلبات الموجهة لمحققاته $Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$ ، هذا سيمكننا من التعبير على دالة الطلب كما يلي:

$$P = \int(Q) = \int(Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n)$$

بما أن المجمع يطبق نفس السعر فإن إيراده الكلي يكون:

$$TR = TR_1 + TR_2 + \dots + TR_n = PQ_1 + PQ_2 + \dots + PQ_n = P(Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n) = PQ$$

لأن التكاليف الكلية مختلفة باختلاف المصنع سنعبّر عن دالة الربح بالطريقة التالية:

$$\pi = P * Q - TC_1 - TC_2 - \dots - TC_n$$

لإيجاد أعظم ربح بالنسبة للكميات المنتجة في كل مصنع نقوم بالاشتقاق الجزئي بالنسبة للمتغيرات لنحصل على:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta \pi_1}{\Delta Q_1} = \frac{\Delta TR}{\Delta Q_1} - \frac{\Delta TC_1}{\Delta Q_1} = 0 \Rightarrow RM_1 = CM_1 \\ \frac{\Delta \pi_2}{\Delta Q_2} = \frac{\Delta TR}{\Delta Q_2} - \frac{\Delta TC_2}{\Delta Q_2} = 0 \Rightarrow RM_2 = CM_2 \\ \vdots \\ \frac{\Delta \pi_n}{\Delta Q_n} = \frac{\Delta TR}{\Delta Q_n} - \frac{\Delta TC_n}{\Delta Q_n} = 0 \Rightarrow RM_n = CM_n \end{array} \right.$$

إلا أن $RM_1 = RM_2 = \dots = RM_n = RM$ ومنه نستنتج أن الشرط الأول لتعظيم الربح يصبح:

$$CM_1 = CM_2 = \dots = CM_n = RM$$

في حين تكتب شروط الدرجة الثانية لتعظيم الربح كالتالي:

$$\frac{\Delta^2 TR}{\Delta Q^2} < \frac{\Delta^2 TC_1}{\Delta Q_1^2} \wedge \frac{\Delta^2 TR}{\Delta Q^2} < \frac{\Delta^2 TC_2}{\Delta Q_2^2} \wedge \dots \wedge \frac{\Delta^2 TR}{\Delta Q^2} < \frac{\Delta^2 TC_n}{\Delta Q_n^2}$$

الشرط الثاني للتوازن يعني أن معدل التزايد في التكلفة الحدية في كل مصنع تكون أكبر من معدل

التناقص في الدخل الحدي المشترك للإنتاج ككل.

مثال: يواجه مجمع احتكاري طلبا يمكن التعبير عنه بالمعادلة التالية:

$$Q = -0.25P + 42.5$$

يمتلك هذا المجمع مصنعين دالة التكلفة الكلية لكل منهما هي:

$$TC_1 = 10Q + 100$$

$$TC_2 = 0.7Q^2 - 4Q + 50$$

1- اوجد أحسن توزيع للكمية بين المصنعين بحيث تعظم أرباح المجمع الاحتكاري.

الحل:

1- تحديد أحسن توزيع للكمية بين المصنعين: نتحدد كمية توازن المجمع الاحتكاري من كل مصنع بتساوي

التكلفة الحدية لهذا الأخير مع الإيراد الحدي الإجمالي، أي:

$$CM_1 = 10$$

$$CM_2 = 1.4Q_2 - 4$$

$$Q = -0.25P + 42.5 \Rightarrow P = -4Q + 170$$

$$\Rightarrow RT = P * Q = -4Q^2 + 170Q \Rightarrow RM = -8Q + 170$$

نساوي بين التكلفة الحدية في كل مصنع والإيراد الحدي الإجمالي فنجد:

$$CM_1 = RM \Rightarrow 10 = -8(Q_1 + Q_2) + 170 \Rightarrow Q_1 + Q_2 = 20 \dots (1)$$

$$CM_2 = RM \Rightarrow 1.4Q_2 - 4 = -8(Q_1 + Q_2) + 170 \Rightarrow 9.4Q_2 + 8Q_1 = 174 \dots (2)$$

بتعويض قيمة الكمية الأولى من المعادلة الأولى وتعويضها في المعادلة الثانية نجد:

نختبر شرط التوازن الثاني كما يلي:

$$9.4(20 - Q_1) + 8Q_1 = 174 \Rightarrow -1.4Q_1 = 14 \Rightarrow Q_1 = 10 \Rightarrow Q_2 = 10$$

$$\frac{\Delta^2 TR}{\Delta Q^2} = -8 < \frac{\Delta^2 TC_1}{\Delta Q_1} = 0 \wedge \frac{\Delta^2 TR}{\Delta Q^2} = -8 < \frac{\Delta^2 TC}{\Delta Q^2} = 1.4$$

نلاحظ أن الشرط الثاني للتوازن محقق، وهو ما يعني أن المجمع الاحتكاري سينتج 10 وحدات في المصنع الأول و 10 وحدات في المصنع الثاني وبيعهما بسعر موحد قدره 90 دج ليحقق ربحا إجماليا قدره

$$\pi = 1520 \text{ دج}$$

سلسلة تمارين محلولة:

التمرين الأول: لنعتبر محتكر يواجه دالة الطلب من الشكل $P = -0.25Q + 30$.

إذا كانت دالة التكلفة الإجمالية لهذا المحتكر معطاة بالعلاقة: $TC = 0.2Q^3 - 6Q^2 + 15Q$.

1- باستعمال طريقتين مختلفتين حدد أعظم ربح يمكن للمحتكر السابق تحقيقه.

الحل:

1- سنحاول تحديد أعظم ربح باستعمال المدخل الكلي والمدخل الحدي كما يلي:

الطريقة الكلية: نحسب الربح ثم نساوي مشتقته للصفر كما يلي:

$$\pi = TR - TC = -0.25Q^2 + 30Q - 0.2Q^3 + 6Q^2 - 15Q = -0.2Q^3 + 5.75Q^2 + 15Q$$

$$Max \pi \Leftrightarrow \frac{\Delta \pi}{\Delta Q} = 0 \Leftrightarrow -0.6Q^2 + 11.5Q + 15 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (11.5)^2 - 4(-0.6)(15) = 168.25 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 12.97$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow \begin{cases} Q = \frac{-11.5 - 12.97}{-1.2} = 20.39 \\ Q = \frac{-11.5 + 12.97}{-1.2} = -1.225 \end{cases}$$

الملاحظ أننا حصلنا على حلين أحدهما سالب والذي نرفضه والآخر موجب والذي سنقبله إذا حقق شروط

الدرجة الثانية للتوازن المتمثلة في:

$$\frac{\Delta^2 \pi}{\Delta Q^2} < 0 \Rightarrow -1.2(20.39) + 11.5 = -12.968 < 0$$

ومنه الكمية السابقة تحقق أعظم ربح للمحتكر السابق، والذي يقدر هذا الأخير:

$$\pi = -0.2(20.39)^3 + 5.75(20.39)^2 + 15(20.39) = 1000.9 \text{ دج}$$

الطريقة الحدية:

لتحديد كمية توازن المحتكر نطبق الشرط الأول للتوازن الذي مفاده تساوي التكلفة الحدية والإيراد الحدي

كما يلي:

$$TR = P * Q = -0.25Q^2 + 30Q \Rightarrow RM = -0.5Q + 30$$

$$CM = 0.6Q^2 - 12Q + 15$$

$$\Rightarrow CM = RM \Leftrightarrow 0.6Q^2 - 12Q + 15 = -0.5Q + 30 \Rightarrow 0.6Q^2 - 11.5Q - 15 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (11.5)^2 - 4(0.6)(-15) = 168.25 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 12.97$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = \frac{11.5 - 12.97}{1.2} = -1.225 \\ Q_2 = \frac{11.5 + 12.97}{1.2} = 20.39 \end{cases}$$

واضح أن الكمية السالبة سترفض، والأخرى لكي تقبل يجب أن تحقق الشرط الثاني للتوازن، أي:

$$\frac{\Delta CM}{\Delta Q} = 1.2(20.39) - 12 = 24.468 - 12 = 12.468 >$$

$$\frac{\Delta RM}{\Delta Q} = -0.5 < 0$$

وهذا يعني انه عند التوازن ستكون التكلفة الحدية متزايدة والإيراد الحدي متناقص، وان معدل التزايد في

التكلفة الحدية يفوق معدل التناقص في الإيراد الحدي، وهو ما يشير لتحقيق الشرط الثاني للتوازن، أي أن كمية

توازن المحتكر وفق الطريقة الحدية تقدر 20.39 وحدة، أما عن الربح فيمكن حسابه كالتالي:

$$P = -0.25(20.39) + 30 = 24.9$$

$$Cm = 0.2(20.39)^2 - 6(20.39) + 15 = -24.19$$

$$\Rightarrow \pi = 20.39(24.9 + 24.19) = 1000.9$$

نلاحظ أن الربح المحقق باستعمال الطريقتين متساوي ويساوي 1000.9 دج.

التمرين الثاني: مؤسسة تنتج لوحدها السلعة Q لها حرية الاختيار بين ثلاثة $A.B.C$ مصانع تتميز بالتكاليف

المتوسطة التالية:

$$Cm_A = 0.02Q^2 - 0.2Q + \frac{0.3125}{Q} + 9.75$$

$$Cm_B = 0.02Q^2 - 0.2Q + \frac{1.25}{Q} + 9.5$$

$$Cm_C = 0.02Q^2 - 0.2Q + \frac{5}{Q} + 9$$

إذا قدرت دالة التكاليف المتوسطة في المدى الطويل، وكذلك دالة الطلب الموجهة نحو إنتاجه كالتالي:

$$LCm = 0.02Q^2 - 0.25Q + 10$$

$$P = -0.2Q^D + 11$$

1- حدد اختيار المحتكر السابق في حالة اخذ بعين الاعتبار التكاليف في المدى الطويل.

الحل:

أ- تحديد كمية توازن المحتكر في المدى الطويل: يكون هذا المحتكر في وضع توازني في المدى الطويل عند ذلك المستوى من الإنتاج الذي يتميز بتساوي التكلفة الحدية في المدى الطويل والإيراد الحدي أي:

$$LCm = 0.02Q^2 - 0.25Q + 10 \Rightarrow LTC = 0.02Q^3 - 0.25Q^2 + 10Q$$

$$\Rightarrow LCM = 0.06Q^2 - 0.5Q + 10$$

$$P = -0.2Q + 11 \Rightarrow TR = -0.2Q^2 + 11Q \Rightarrow RM = -0.4Q + 11$$

$$CM = RM \Leftrightarrow 0.06Q^2 - 0.5Q + 10 = -0.4Q + 11 \Rightarrow 0.06Q - 0.1Q - 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-0.1)^2 - 4(0.06)(-1) = 0.25 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 0.5$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow \begin{cases} Q = \frac{0.1 - 0.5}{0.12} = -3.33 \\ Q = \frac{0.1 + 0.5}{0.12} = 5 \end{cases}$$

تحصلنا على قيمتين احدهما موجبة والاخرى سالبة، المنطق الاقتصادي يستدعي قبول القيمة الموجبة ورفض السالبة، بشرط تحقيق شروط الدرجة الثانية من طرف الأولى:

$$\frac{\Delta^2 TR}{\Delta Q^2} < 0 \Rightarrow -4 < 0$$

$$\frac{\Delta^2 TC}{\Delta Q^2} > 0 \Rightarrow 0.12(5) - 0.5 > 0 \Rightarrow 0.1 > 0$$

نلاحظ أن الكمية 5 وحدة تحقق أعظم ربح للمحتكر كما وتحقق شروط الدرجة الثانية ومنه يمكن اعتبارها كمية توازن هذا المحتكر في المدى الطويل.

ب- تحديد أي المصانع الذي سيختار: طبعا المصنع الذي يختار هو المصنع الذي يحقق التوازن عند نفس مستوى توازن المدى الطويل، أي:

توازن المحتكر إذا اختار المصنع الأول:

$$P = -0.2Q + 11 \Rightarrow TR = P * Q = -0.2Q^2 + 11Q \Rightarrow RM = -0.4Q + 11$$

$$Cm_A = 0.02Q^2 - 0.2Q + \frac{0.3125}{Q} + 9.75 \Rightarrow TC = 0.02Q^3 - 0.2Q^2 + 0.3125 + 9.75Q$$

$$\Rightarrow CM = 0.06Q^2 - 0.4Q + 9.75$$

$$CM = RM \Leftrightarrow 0.06Q^2 - 0.4Q + 9.75 = -0.4Q + 11 \Rightarrow 0.06Q^2 = 1.25 \Rightarrow \begin{cases} Q = 4.56 \\ Q = -4.56 \end{cases}$$

تحصلنا على قيمتين احدهما موجبة والاخرى سالبة، المنطق الاقتصادي يستدعي قبول القيمة الموجبة ورفض السالبة، بشرط تحقيق شروط الدرجة الثانية من طرف الأولى:

$$\frac{\Delta^2 TR}{\Delta Q^2} < 0 \Rightarrow -4 < 0$$

$$\frac{\Delta^2 TC}{\Delta Q^2} > 0 \Rightarrow 0.12(4.56) - 0.4 > 0 \Rightarrow 0.1472 > 0$$

نلاحظ أن الكمية 4.56 وحدة تحقق أعظم ربح للمحتكر كما وتحقق شروط الدرجة الثانية ومنه يمكن

اعتبارها كمية توازن هذا المحتكر في حالة اختياره المصنع الأول.

توازن المحتكر إذا اختار المصنع الثاني:

$$P = -0.2Q + 11 \Rightarrow TR = P * Q = -0.2Q^2 + 11Q \Rightarrow RM = -0.4Q + 11$$

$$Cm_B = 0.02Q^2 - 0.2Q + \frac{1.25}{Q} + 9.5 \Rightarrow TC = 0.02Q^3 - 0.2Q^2 + 1.25 + 9.5Q$$

$$\Rightarrow CM = 0.06Q^2 - 0.4Q + 9.5$$

$$CM = RM \Leftrightarrow 0.06Q^2 - 0.4Q + 9.5 = -0.4Q + 11 \Rightarrow 0.06Q^2 = 1.5 \Rightarrow \begin{cases} Q = 5 \\ Q = -5 \end{cases}$$

تحصلنا على قيمتين احدهما موجبة والاخرى سالبة، المنطق الاقتصادي يستدعي قبول القيمة الموجبة

ورفض السالبة، بشرط تحقيق شروط الدرجة الثانية من طرف الأولى:

$$\frac{\Delta^2 TR}{\Delta Q^2} < 0 \Rightarrow -4 < 0$$

$$\frac{\Delta^2 TC}{\Delta Q^2} > 0 \Rightarrow 0.12(5) - 0.4 > 0 \Rightarrow 0.2 > 0$$

نلاحظ أن الكمية 5 وحدة تحقق أعظم ربح للمحتكر كما وتحقق شروط الدرجة الثانية ومنه يمكن اعتبارها كمية توازن هذا المحتكر في حالة اختياره المصنع الثاني.

توازن المحتكر إذا اختار المصنع الثالث:

$$P = -0.2Q + 11 \Rightarrow TR = P * Q = -0.2Q^2 + 11Q \Rightarrow RM = -0.4Q + 11$$

$$Cm_c = 0.02Q^2 - 0.2Q + \frac{5}{Q} + 9 \Rightarrow TC = 0.02Q^3 - 0.2Q^2 + 5 + 9Q$$

$$\Rightarrow CM = 0.06Q^2 - 0.4Q + 9$$

$$CM = RM \Leftrightarrow 0.06Q^2 - 0.4Q + 9 = -0.4Q + 11 \Rightarrow 0.06Q^2 = 2 \Rightarrow \begin{cases} Q = 5.77 \\ Q = -5.77 \end{cases}$$

تحصلنا على قيمتين احدهما موجبة والأخرى سالبة، المنطق الاقتصادي يستدعي قبول القيمة الموجبة ورفض السالبة، بشرط تحقيق شروط الدرجة الثانية من طرف الأولى:

$$\frac{\Delta^2 TR}{\Delta Q^2} < 0 \Rightarrow -4 < 0$$

$$\frac{\Delta^2 TC}{\Delta Q^2} > 0 \Rightarrow 0.12(5.77) - 0.4 > 0 \Rightarrow 0.2924 > 0$$

نلاحظ أن الكمية 5.77 وحدة تحقق أعظم ربح للمحتكر كما وتحقق شروط الدرجة الثانية ومنه يمكن اعتبارها كمية توازن هذا المحتكر في حالة اختياره المصنع الثالث.

الملاحظ مما سبق أن كمية توازن المحتكر عند اختياره للمصنع الثاني توافق كمية توازن المحتكر في المدى الطويل وبالتالي تحقق $LCM = SCM = RM$ ، وهذا ما يعني أن المحتكر سيختار المصنع الثاني.

التمرين الثالث: مؤسسة تنتج السلعة بطريقة منفردة، حيث قدرت دالة تكلفتها الكلية كالتالي:

$$TC = 2Q + 2$$

المؤسسة السابقة توزع إنتاجها في سوقين منعزلين، دالة الطلب في كل سوق تأخذ العبارة التالية:

$$P = -Q_1 + 20$$

$$P = -4Q_2 + 34$$

1- حدد أعظم ربح للمؤسسة السابقة في حالة بيع إنتاجها بسعر موحد.

2- حدد أفضل توزيع لإنتاج المؤسسة على السوقين في حالة انتهاجها التمييز الاحتكاري.

3- قارن بين الربح في الحالتين السابقتين، ماذا تستنتج؟

الحل:

1- حساب الربح في حالة بيع المنتج بسعر موحد: في هذه الحالة تكون دالة الطلب السوقي الموجهة نحو

منتجات المحتكر تأخذ الصيغة الموالية:

$$P = -Q_1 + 20 \Rightarrow Q_1 = -P + 20$$

$$P = -4Q_2 + 34 \Rightarrow Q_2 = -0.25P + 8.5$$

$$Q^D = Q_1 + Q_2 = 28.5 - 1.25P \Rightarrow P = -0.8Q + 22.8$$

$$\Rightarrow RT = P * Q = -0.8Q^2 + 22.8Q \Rightarrow RM = -1.6Q + 22.8$$

$$RM = CM \Leftrightarrow -1.6Q + 22.8 = 2 \Rightarrow Q = 13$$

$$\Rightarrow P = -0.8(13) + 22.8 = 12.4$$

لكي تكون الكمية السابقة الكمية المطلوبة التي تعظم الربح يجب أن تحقق الشرط الثاني للتوازن أي:

$$\frac{\Delta^2 RT}{\Delta Q^2} = -1.6 < 0 \wedge \frac{\Delta^2 TC}{\Delta Q^2} = 0.8 \geq 0$$

نلاحظ أن الكمية السابقة تحقق شروط الدرجة الثانية للتوازن، وهو ما يعني أنها مستوى الإنتاج الذي

يعظم ربح المحتكر والذي يساوي:

$$\pi = RT - TC = -0.8Q^2 + 20.8Q - 2 = -0.8(13)^2 + 20.8(13) - 2 = 133.2 \text{ دج}$$

2- حساب ربح المحتكر في حالة ممارسته لسياسة التمييز الاحتكاري: نحسب الربح في كل سوق ونساويه

للتكلفة الحدية كالتالي:

السوق الأول:

$$CM = 2$$

$$TR_1 = -Q_1^2 + 20Q_1 \Rightarrow RM_1 = -2Q_1 + 20$$

$$RM_1 = CM \Leftrightarrow -2Q_1 + 20 = 2 \Rightarrow Q_1 = 9$$

$$\Rightarrow P_1 = -(9) + 20 = 11$$

مصلحة المحتكر تعني إنتاجه 9 وحدات في السوق الأول وبيعها بالسعر 11 دج.

السوق الثاني:

$$CM = 2$$

$$TR_2 = -4Q_2^2 + 34Q_2 \Rightarrow RM_2 = -8Q_2 + 34$$

$$RM_2 = CM \Leftrightarrow -8Q_2 + 34 = 2 \Rightarrow Q_2 = 4$$

$$\Rightarrow P_2 = -4(4) + 34 = 18$$

مصلحة المحتكر تعني إنتاجه 4 وحدات في السوق الثانية وبيعها بالسعر 18 دج، أما عن الربح في هذه

الحالة فيحسب كما يلي:

$$\pi = TR_1 + TR_2 - TC = -(9)^2 + 20(9) - 4(4)^2 + 34(4) - 2(9 + 4) - 2$$

$$\Rightarrow \pi = 143 \text{ دج}$$

الملاحظ أن ربح المحتكر في حالة التميز الاحتكاري أكبر منه في حالة عدم ممارسة السياسة السابقة.

التمرين الرابع: تنتج مؤسسة كوندور المكيفات في مصنعين، أحدهما يقع في الشمال والآخر في الجنوب، تختلف دالة التكلفة في كل مصنع، بحيث تكلف الوحدة الواحدة في المتوسط 5 دج في مصنع الشمال وتأخذ التكاليف الكلية لمصنع الجنوب العبارة التالية:

$$TC_s = 0.5Q^2$$

كما قدرت دالة الطلب على المنتج السابق وفق الصيغة الرياضية التالية:

$$Q = -2P + 200$$

1- اوجد إنتاج كل مصنع بحيث يحقق مجمع كوندور أعظم ربح.

2- حدد سعر بيع المكيف الواحد.

3- حدد الربح الإجمالي المحقق.

الحل:

- إيجاد إنتاج كل مصنع : تتحدد كمية توازن مجمع كوندور من كل مصنع بتساوي التكلفة الحدية لهذا الأخير مع الإيراد الحدي الإجمالي، أي:

$$Cm_1 = 5 \Rightarrow TC = 5Q_1 \Rightarrow CM_1 = 5$$

$$CM_2 = Q_2$$

$$Q = -2P + 200 \Rightarrow P = -0.5Q + 100$$

$$\Rightarrow RT = P * Q = -0.5Q^2 + 100Q \Rightarrow RM = -Q + 100$$

نسوي بين التكلفة الحدية في كل مصنع والإيراد الحدي الإجمالي فنجد:

$$CM_1 = RM \Rightarrow 5 = -(Q_1 + Q_2) + 100 \Rightarrow Q_1 + Q_2 = 95 \dots\dots\dots (1)$$

$$CM_2 = RM \Rightarrow Q_2 = -(Q_1 + Q_2) + 100 \Rightarrow 2Q_2 + Q_1 = 100 \dots\dots\dots (2)$$

بتعويض قيمة الكمية الأولى من المعادلة الأولى وتعويضها في المعادلة الثانية نجد:

نختبر شرط التوازن الثاني كما يلي:

$$2(95 - Q_1) + Q_1 = 100 \Rightarrow -Q_1 = -90 \Rightarrow Q_1 = 90 \Rightarrow Q_2 = 5$$

$$\frac{\Delta^2 TR}{\Delta Q^2} = -1 < \frac{\Delta^2 TC_1}{\Delta Q_1} = 0 \wedge \frac{\Delta^2 TR}{\Delta Q^2} = -1 < \frac{\Delta^2 TC}{\Delta Q^2} = 1$$

نلاحظ أن الشرط الثاني للتوازن محقق، وهو ما يعني أن المجمع الاحتكاري سينتج 90 وحدة في مصنع

الشمال و 5 وحدات في مصنع الجنوب.

2- سعر بيع المكيف الواحد: نعوض الكمية 95 وحدة في دالة الطلب فنجد السعر يساوي:

$$P = -0.5(95) + 100 = 52.5 \text{ دج}$$

3- تحديد الربح الإجمالي المحقق: نحسبه على أساس أنه الفرق بين الإيراد الإجمالي والتكلفة في المصنعين

كالتالي:

$$\pi = -0.5(90 + 5)^2 + 100(90 + 5) - 5(90) - 0.5(5)^2 = 4525 \text{ دج}$$

الفصل الرابع

المنافسة الاحتكارية واحتكار القلة

الفصل الرابع: المنافسة الاحتكارية واحتكار القلة

لم تظهر المنافسة الاحتكارية واحتكار القلة كأشكال جديدة لتنظيم السوق إلا في بداية القرن التاسع عشر، بعد أن ثبت أن المنافسة الكاملة والاحتكار الكامل والذين يعتبران شكلين متناقضين يقومان على جملة من الفرضيات بعيدة نوعاً ما عن الواقع رغم أهميتهما، فالأولى وإن كانت تعبر عن الأوضاع النظرية المثلى للسوق وتأثير مختلف القوى عن هذه الأوضاع، فإنها تعطينا أفكار مبدئية عن كيفية استخدام أدوات السياسة المالية والنقدية في التأثير على حالة السوق، أما الثانية وعلى الرغم من إمكانية توفرها في الحياة الاقتصادية فإنها لن تدوم طويلاً، على اعتبار أن سلع المحتكر سرعان ما تظهر مثيلاتها في السوق أو أن زبائنه سرعان ما يتوجهون لسلع بديلة أخرى.

يمكن أن يتواجد بين الحالتين المتطرفتين السابقتين عدد كبير من تنظيمات السوق رغم محدوديتها، فقد تكون أسواق تنافسية إذا انعدمت القدرة للمؤسسات المشكلة له على التحكم في أوضاع السوق، وعلى العكس من ذلك كلما امتلكت المؤسسة القدرة على التحكم في ظروف السوق يكون اقرب إلى الاحتكار المطلق، من بين تنظيمات السوق الأكثر شيوعاً في هذا المجال، والتي بالإمكان التعبير عن خصائصها باستعمال النماذج الرياضية والمنطق الاقتصادي نجد المنافسة الاحتكارية واحتكار القلة.

أولاً: سوق المنافسة الاحتكارية.

1- مفهوم سوق المنافسة الاحتكارية وخصائصها: هي نوع من تنظيم السوق يسند الفضل في دراسة خصائصه للعالم شنبارلين، والذي بدأ العمل عليه سنة 1930، ويظهر هذا التنظيم السوقي لمجرد وجود عدد كبير نسبياً من المنتجين، الذين ينتجون سلعا متشابهة وبديلة لبعضها البعض لكنها غير متجانسة، بالإضافة إلى خصائص أخرى يمكن تلخيص أهمها في التالي:

أ- وجود عدد معتبر من المؤسسات التي تشكل فرعاً معيناً، وهو ما يعني توفرها على قدرة محدودة من التحكم في الأسعار.

ب- إمكانية الدخول إلى السوق والخروج منه، إلا أن هذه الحرية ليست مطلقة مثل سوق المنافسة الكاملة.

ج- السلع المتواجدة في هذه السوق سلع متباينة لكن يمكن اعتبارها بدائل شبه تامة لبعضها البعض، مثل الأنواع المختلفة من معجون الأسنان، والأصناف المختلفة من السيارات.

د- يكون المدى الطويل مقسم إلى عدة فترات جزئية قصيرة المدى، والتي تتصف بخاصية الاستقلال عن بعضها البعض.

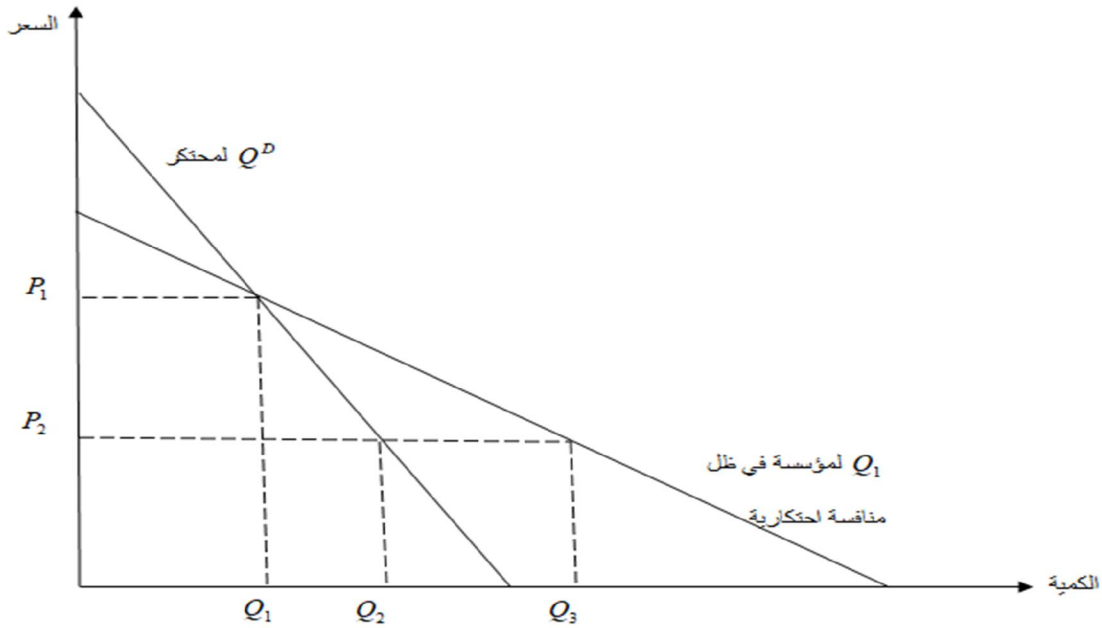
ه- يتم التنافس في السوق بعدة أشكال أهمها: الإشهار والإعلان، الخدمات الموفرة والمرافقة لبيع المنتج، شكل المنتج.

و- أشكال منحنيات التكاليف للمؤسسات متماثلة وتشبه تلك الخاصة بمؤسسات المنافسة الكاملة، فضلا على تشابه منحنى الطلب الموجه لكل المؤسسات.

وعليه نستنتج بان المؤسسة التي تعمل في ظل المنافسة الاحتكارية تقترب من الوضع التنافسي لان عدد البائعين أو المنتجين كبير نسبيا، وتعتبر في وضع احتكاري من جهة أخرى ذلك أنها تبيع سلع غير متجانسة.

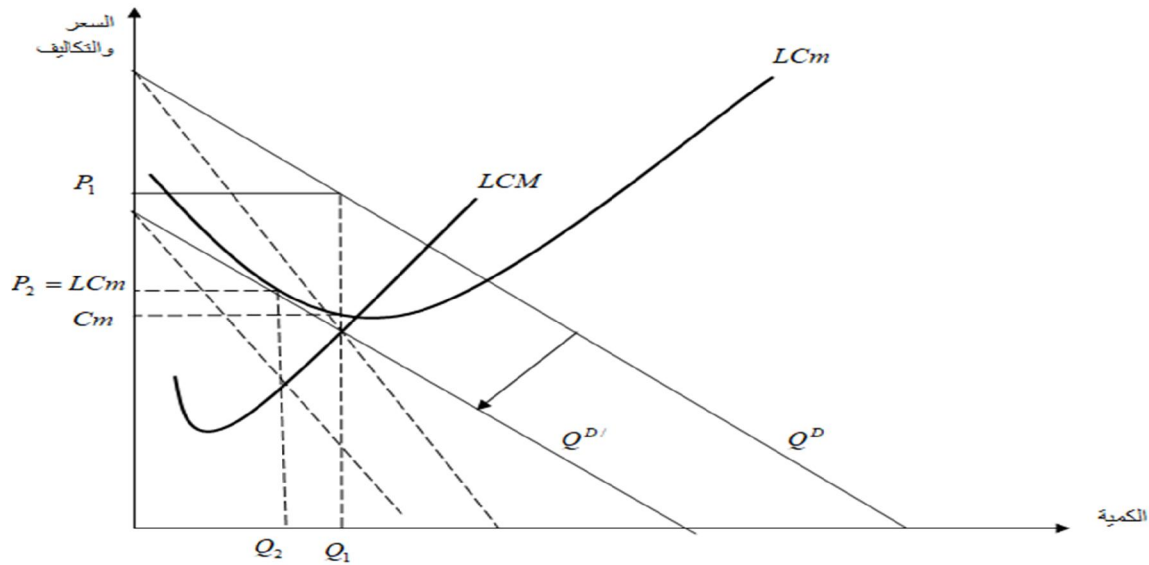
2- منحنى الطلب الموجه للمؤسسة في ظل المنافسة الاحتكارية: رغم أن المؤسسة العاملة في ظل المنافسة الاحتكارية ليست في وضع احتكاري بحت، إلا أن منحنى الطلب الموجه إليها هو ذو ميل سالب مما يعني فقدان المؤسسة لبعض زبائنها في حالة رفع السعر، وحصولها على بعض زبائن منافسيها في الحالة العكسية، وهذا راجع لتمييز منتج هذه المؤسسة من وجهة نظر المستهلك مما يجعله وفيا لها، إلا انه أكثر مرونة من منحنى الطلب الموجه للمحتكر نتيجة وجود بدائل شبه تامة للسلعة، من اجل شرح هذا الأمر فإننا نورد الشكل الموالي.

لنفترض مؤسسة ناشطة في سوق منافسة احتكارية لها منحنى طلب كما يظهر في الشكل الموالي وأيضا محتكر، كلاهما في توازن عند إنتاج المستوى Q_1 وبيعه بالسعر P_1 ، ولنفترض لسبب من الأسباب تغير السعر من P_1 إلى P_2 ، في هذه الحالة نجد أن طلب المؤسسة المحتكرة استجاب اقل من Q_1 إلى Q_2 من استجابة طلب المؤسسة الناشطة في سوق المنافسة الاحتكارية من Q_1 إلى Q_3 ، وبهذا نستنتج انه لما يكون الطلب كبير المرونة فان منحناه يقترب من المنحنى الأفقي، ولما يكون غير مرن سيقتررب من المنحنى العمودي.



3-توازن المؤسسة في المدى القصير والطويل: لتحليل توازن المؤسسة يدرس شنبارلين عدة حالات:

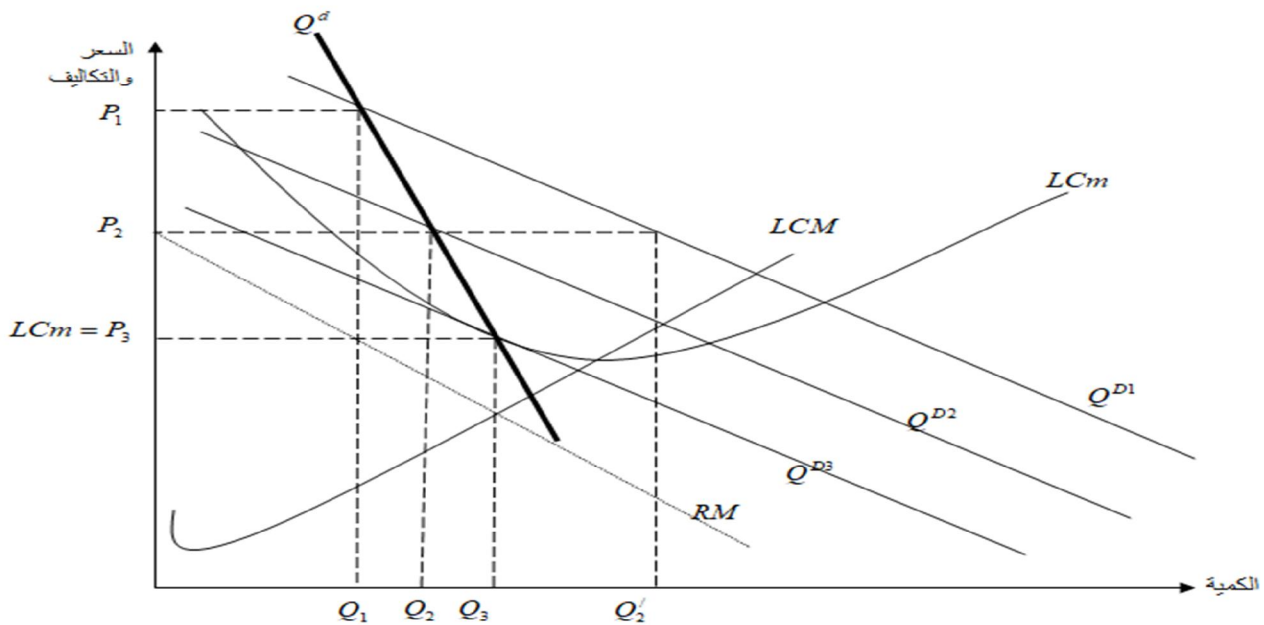
أ-توازن بدخول مؤسسات جديدة إلى السوق: تصل المؤسسة للتوازن في المدى القصير عند نفس مستوى الإنتاج الذي تصل فيه المؤسسة المحتكرة للتوازن، أي بتحقيق شرط تساوي التكلفة الحدية والإيراد الحدي، ذلك انه سبق شنبارلين تعريف المدى القصير بأنه يشير إلى فرصة تحكم المؤسسات المكونة للصناعة في الكميات المعروضة في السوق وكذلك أسعار تداولها، ففي الشكل الموالي يحدث توازن المؤسسة في المدى القصير عندما تنتج المستوى Q_1 وتبيعه بالسعر P_1 مع تحقيقها لربح يقدره $\pi = Q_1 * (P_1 - Cm)$ ، لكن تحقيق الربح المعتبر السابق من طرف مؤسسات الفرع سيحفز عملية دخول مؤسسات جديدة إليه، وبالتالي سيتقسم السوق على عدد اكبر من المؤسسات ما يؤدي إلى انتقال منحنى الطلب الموجه لأحد المؤسسات نحو اليسار، تستمر هذه العملية -دخول مؤسسات- إلى أن يحدث توازن المدى الطويل أين يختفي الحافز للدخول، وتصبح كل مؤسسات الفرع في توازن، عند النقطة أو مستوى الإنتاج الذي يتميز بتماس التكلفة المتوسطة في المدى الطويل ومنحنى الطلب الجديد Q_2 ، أين يختفي المبرر وراء الدخول $P_2 = LCm$.



ب-توازن عبر منافسة في السعر: يهدف شنبارلين من وراء تقديمه لهذا النموذج إلى تحديد منحنى الطلب الفعلي Q^d في الشكل الموالي، كما ويفترض في بداية التحليل بان السوق يحوي العدد الصحيح من المؤسسات كما في توازن المدى الطويل، يعني لا تدخل مؤسسات جديدة للسوق حتى ولو توفر الدافع لها. كما يتضح في الشكل الموالي وجود نوعين من منحنيات الطلب، حيث يتواجد Q^{D1} ، Q^{D2} ، Q^{D3} وهي منحنيات الطلب التي تواجهها المؤسسة منفردة عند قيام المؤسسات الأخرى بتثبيت سعر بيع منتجاتها، وكذلك المنحنى Q^d والذي يصور العلاقة الفعلية بين مبيعات المؤسسة وأسعارها عند تغيير المؤسسات الأخرى لأسعارها، وهو ما يعني منطقياً أن مرونة المنحنى Q^d أقل من مرونة المنحنيات Q^{D1} ، Q^{D2} ، Q^{D3} لأن الطلب يستجيب للسعر بطريقة أكبر في حالة غيرت كل المؤسسات سعرها في نفس الاتجاه منه في حالة تغيير مؤسسة واحدة لسعرها دون باقي المؤسسات.

لنفترض أن احدي مؤسسات المجموعة تحقق التوازن عند إنتاجها الكمية Q_1 وبيعها بالسعر P_1 كما في الشكل الموالي، هذه المؤسسة بإمكانها تحقيق ربح أكبر إذا خفضت سعرها لأن الطلب الموجه لها مرن - تعمل في الجزء المرن من منحنى الطلب-ولنفترض إن السعر الجديد الذي ستبيع به إنتاجها هو P_2 على أمل بيع الكمية Q_2' ، إلا أنه سرعان ما تكتشف أنها ستبيع الكمية Q_2 لأن جميع مؤسسات الفرع ستخفض سعر بيع إنتاجه وهو ما يعني انتقال منحنى الطلب من Q^{D1} إلى Q^{D2} ، وبالتالي تتحدد نقطة توازن جديدة عند الزوج (P_2, Q_2) ، لنفترض أن المؤسسة السابقة لم تتعلم من أخطاء الماضي وأعادت نفس الإجراء بهدف زيادة

أرباحها، سيواجه الإجراء السابق بإجراء مضاد من طرف مؤسسات الفرع ، مما يعني تحقيق التوازن عند الزوج (P_3, Q_3) بدل الزوج (P_2, Q'_2) ، وهكذا تستمر العملية السابقة حتى يصل منحنى الطلب إلى Q^{D3} عندئذ لا يمكن أن ينخفض إلى أقل منه ذلك أن هذا يعني أن أي تخفيض في السعر إلى ما دون P_3 يعني تحقيق خسائر للمؤسسة ، وفي الأخير تؤدي هذه الحرب السعرية إلى تحقيق توازن المدى الطويل بالنسبة لجميع مؤسسات الفرع، حيث يصبح السعر مساويا للتكلفة المتوسطة للوحدة الواحدة، والتكلفة الحدية تساوي الإيراد الحدي مع ربح معدوم.



ج-توازن عبر دخول حر ومنافسة في السعر: بحسب القائم بهذا النموذج فإن التوازن في المدى الطويل يتحقق بدخول مؤسسات جديدة للسوق ومنافسة في السعر كذلك، فدخل مؤسسات جديدة يحدث انتقال منحنى الطلب الفعلي، في حين تتجسد المنافسة في السعر من خلال انتقال منحنى الطلب المخطط Q^{Di} ، وتحدث التغييرات إلى أن يستقر التوازن عند مستوى الإنتاج الذي يتميز بكون منحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل مماسا للمنحنى Q^{D3} في الشكل السابق، أي لما تحقق جميع مؤسسات الفرع أرباحا بحتة-يختفي الربح الاقتصادي-، ويمكن التعبير عن حالة التوازن في المدى الطويل بطريقة رياضية كما يلي:

$$RM = LCM$$

$$LCM = P_3$$

د-نقد نموذج شنبارلين: واجهت النماذج الثلاثة السابقة جملة من الانتقادات نلخصها في التالي:

-تكون المؤسسات على ارض الواقع واعية بتصرفات الخصم، وهذا ما يجعل فرض التصرف المستقل للمؤسسة بتخفيض السعر بعيد كل البعد عن الواقع، فعلى الرغم من جهل المؤسسة بحجم التخفيض في السعر إلا أنها على الأقل تعلم بان تخفيض سعر منتجاتها سيقابل برد فعل مضاد من طرف المؤسسات الاخرى يتمثل في التخفيض أيضا، وبالتالي نستنتج أن الفرض القائل بان المؤسسة لا تستفيد من أخطاء الماضي فرض لا يتوافق مع الواقع.

-فرض تماثل منحنيات التكلفة للمؤسسات الناشطة في سوق المنافسة الاحتكارية هو الآخر فرض غير مقبول، فلو فرضنا نوعين من أنواع المؤسسات واحدة ناشطة في السوق والأخرى تحاول الدخول، فلو فرضنا أن المؤسستان تمتلكان نفس التجهيزات ونفس التقنية، فان فرض تميز المنتج يفرض على المؤسسة الداخلة للصناعة تكاليف إضافية تتمثل في مصاريف الإعلان والإشهار، وهذا ما يجعل منحنيات التكلفة غير متماثلة.

ثانيا: سوق احتكار القلة: سوق احتكار القلة هو شكل من أشكال تنظيم السوق، أهم خاصية تميزه عن الأسواق الاخرى هي توفره على عدد قليل من المنتجين لسلعة معينة، فضلا عن تميز السلع المنتجة به بكونها بدائل شبه كاملة لبعضها البعض لكنها غير متجانسة، هذا ويعتبره الكثير من الاقتصاديين حالة وسطية من سوق المنافسة الكاملة وسوق الاحتكار المطلق، بحيث يقترب من التنظيم السوقي الأول في حالة عدم وجود تفاهم بين المؤسسات المشكلة لصناعته، ويقترب بخصائصه من الثاني في حالة تشكيل مؤسساته لكارتل، وهذا ما يجعلنا نستنتج خاصية أخرى لا تقل أهمية عن سابقتها تتمثل في ترابط تصرفات المنتجين به، ذلك أن أي تغيير في السعر أو في الكمية من طرف احد المنتجين في هذا التنظيم السوقي من شأنه أن يقابل برد فعل مضاد من طرف الباعة الآخرين، لهذا يجب علينا الأخذ ببعض الافتراضات السلوكية حول رد فعل المؤسسات الأخرى اتجاه التغيير الذي يجريه احد الباعة سواء في كمية إنتاجه أو سعرها.

يمكننا إجمالاً تلخيص أهم الخصائص التي تميز هذا التنظيم السوقي في:

أ-وجود عدد قليل من الأطراف الفاعلة، وهنا كما نقصد ضرورة توفر عدد قليل من المنتجين نقصد كذلك ضرورة توفر عدد قليل من المشترين.

ب-المؤسسات المنتجة الناشطة فيه تتميز بالكبر نوعاً ما وهذا لأنها قليلة وتمول السوق بأكملها.

ج-عوائق دخول منافسين جدد للمؤسسات القائمة تتمثل أساساً في وفورات الحجم في التكاليف الناجمة عن كبر حجم هذه الأخيرة.

د-تأثير قرارات احد المنتجين في هذا التنظيم السوقي على السوق وعلى قرارات المؤسسات الاخرى فيما يخص الكمية والسعر.

هذه الخاصية الأخيرة هي ما افرز الصعوبة في دراسة وتحليل سوق احتكار القلة لدرجة عدم وجود نظرية متفق عليها وكافية لتغطية كل شيء حول تحديد الإنتاج وسعر بيعه في هذا التنظيم من تنظيمات السوق، وتم استبدال النقص السابق في هذا المجال بمجموعة من النماذج تحتوي على مؤسستين: في حالة عدم الوفاق بين مؤسساته، وفي الحالة المعاكسة أي لما تتفق مجموعة مؤسساته على تنظيم كارتل.

1- احتكار القلة بدون تواطؤ: أو كما يسمى الاحتكار الثنائي، بشرط عدم وجود اتفاق سواء كلي أو جزئي بشأن الكمية المنتجة أو السعر.

أ-نموذج كورنو: على الرغم من أن العالم كورنو اوغست عند تقديمه لهذا النموذج سنة 1838 للميلاد افترض وجود مؤسستين غير متفقتين، إلا انه يمكن التوسع في تحليله ليصبح يحوي أكثر من مؤسستين، وعن طريق هذا التوسع يمكن تطوير هذا النموذج ليتشابه في النهاية مع نموذج احتكار القلة، مع العلم أن حل هذا النموذج يفترض أن الكمية المنتجة من طرف المؤسسة الأخرى تبقى ثابتة.

افترض كورنو أن المؤسسة الأولى تنتج Q_A في حين تنتج المؤسسة الثانية Q_B ، وهذا ما يعني أن دخل المؤسسة الأولى سيكون TR_A في حين دخل المؤسسة الثانية يكون TR_B ، إذا تحدد سعر السوق بناء على حجم الكميتين Q_A و Q_B يمكننا أن نعبر عن هذا دالة الطلب التي تواجه المؤسستان رياضيا بالشكل:

$$P = \int (Q_A + Q_B)$$

وهذا ما يعني أن دخل كل مؤسسة يمكن التعبير عنه هو الآخر رياضيا بالشكل:

$$TR_A = Q_A * \int (Q_A + Q_B) = R_1(Q_A \cdot Q_B)$$

$$TR_B = Q_B * \int (Q_A + Q_B) = R_2(Q_A \cdot Q_B)$$

إذا كانت التكاليف الكلية التي تواجهها كل مؤسسة بدلالة حجم الإنتاج تعطى بالعلاقة التالية:

$$TC_A = \int_1 (Q_A)$$

$$TC_B = \int_2 (Q_B)$$

فان ربح كل مؤسسة يمكن التعبير عنه رياضيا بالطريقة التالية:

$$\pi_A = R_1(Q_A \cdot Q_B) - \int_1 (Q_A)$$

$$\pi_B = R_2(Q_A \cdot Q_B) - \int_2 (Q_B)$$

من المعلوم أن الربح السابق لكل مؤسسة يكون أعظمي إذا تساوى الإيراد الحدي مع التكلفة الحدية لكل مؤسسة، أو إذا كان المشتق الأول لدالة الربح الكلي يساوي الصفر، أي:

$$\frac{\Delta \pi_1}{\Delta Q_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{\Delta R_1}{\Delta Q_1} - \frac{\Delta TC_1}{\Delta Q_1} = 0 \Leftrightarrow RM_1 = CM_1 \dots \dots \dots (1)$$

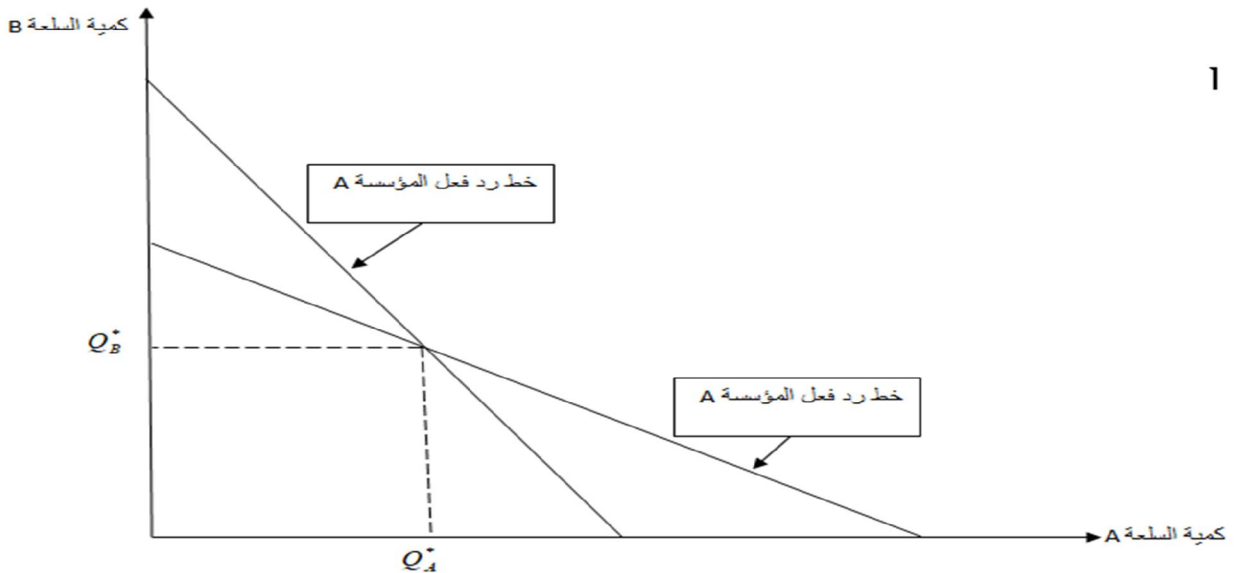
$$\frac{\Delta \pi_2}{\Delta Q_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\Delta R_2}{\Delta Q_2} - \frac{\Delta TC_2}{\Delta Q_2} = 0 \Leftrightarrow RM_2 = CM_2 \dots \dots \dots (2)$$

حل المعادلتين السابقتين يمكننا من الحصول على كميات التوازن لكل مؤسسة، أما شروط الدرجة الثانية للتوازن فيمكن التعبير عنها رياضياً كالتالي:

$$\frac{\Delta^2 \pi_1}{\Delta Q_1^2} < 0 \Leftrightarrow \frac{\Delta^2 R_1}{\Delta Q_1^2} - \frac{\Delta^2 TC_1}{\Delta Q_1^2} < 0 \Leftrightarrow RM'_1 < CM'_1$$

$$\frac{\Delta^2 \pi_2}{\Delta Q_2^2} < 0 \Leftrightarrow \frac{\Delta^2 R_2}{\Delta Q_2^2} - \frac{\Delta^2 TC_2}{\Delta Q_2^2} < 0 \Leftrightarrow RM'_2 < CM'_2$$

هذا ما يمكن التعبير عنه بطريقة اقتصادية بكون معدل التزايد في التكلفة الحدية لكل مؤسسة عند التوازن يفوق معدل التناقص في الإيراد الحدي، بيانياً يمكننا رسم دوال الفعل ورد الفعل يعني رسم المعادلة الأولى السابقة والثانية ونقطة تقاطعهما هي نقطة التوازن المؤسسة الأولى والثانية كما يظهره الشكل التالي:



مثال: افترض أن دالة الطلب الموجهة نحو مؤسستين تكتب على الشكل التالي:

$$P = -2Q + 10$$

إذا كانت دوال التكلفة الكلية للمؤسستين معطاة بالشكل التالي:

$$TC_1 = 2Q^2 + 3Q + 25$$

$$TC_2 = Q^2 + 5Q + 16$$

— حدد كمية توازن المؤسستين حسب نموذج كورنو.

الحل:

— تحديد كمية التوازن للمؤسستين حسب نموذج كورنو: تكتب دالة الطلب السابقة على الشكل التالي:

$$P = -2(Q_1 + Q_2) + 10 = -2Q_1 - 2Q_2 + 10$$

تكتب دالة الربح لكل مؤسسة على الشكل التالي:

$$\pi_1 = (-2Q_1 - 2Q_2 + 10)Q_1 - 2Q_1^2 - 3Q_1 - 25 = -4Q_1^2 - 2Q_1Q_2 + 7Q_1 - 25$$

$$\pi_2 = (-2Q_1 - 2Q_2 + 10)Q_2 - Q_2^2 - 5Q_2 - 16 = -3Q_2^2 - 2Q_1Q_2 + 5Q_2 - 16$$

الربح الحدي معدوم في التوازن هذا ما يعني رياضياً:

$$\frac{\Delta \pi_1}{\Delta Q_1} = 0 \Leftrightarrow -8Q_1 - 2Q_2 + 7 = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\Delta \pi_2}{\Delta Q_2} = 0 \Leftrightarrow -6Q_2 - 2Q_1 + 5 = \dots\dots\dots (2)$$

ضرب المعادلة الأولى في -3 وجمعها مع المعادلة الثانية ينتج:

$$22Q_1 - 16 = 0 \Rightarrow Q_1 = \frac{8}{11} \Rightarrow Q_2 = \frac{13}{22}$$

تكون الكميات السابقة كميات توازن المؤسستين إذا حققت شروط الدرجة الثانية، أي:

$$\frac{\Delta^2 \pi}{\Delta Q_1^2} = -8 < 0 \wedge \frac{\Delta^2 \pi}{\Delta Q_2^2} = -6 < 0$$

ومنه نستنتج أن المؤسسة الأولى تنتج الكمية 0.7272 وحدة لتحقيق التوازن، في حين تنتج المؤسسة الثانية

0.59 وحدة هي الأخرى لتحقيق التوازن، وتباع الوحدة الواحدة منتج كل مؤسسة بسعر قدره 7.3656 دج.

ب- نموذج ستاركليبارق: طور هذا النموذج من طرف العالم الاقتصادي الألماني ستاركليبرغ سنة 1952،

ويقوم على فكرة أن إحدى المؤسستين والتي تسمى القائدة تكون لها القدرة على معرفة سلوك المؤسسة

الأخرى المقودة، وهذا ما يجعلها تتصرف وكأنها في حالة احتكار مطلق، وهذا ما يجعلنا نميز أربعة حالات

من الاحتكار الثنائي:

— الحالة الأولى أين تكون المؤسسة الأولى قائدة والثانية مقودة.

-الثانية قائدة والأولى مقودة.

-كلاهما قائدة.

-كلاهما مقودة.

لنفترض أن التكاليف معدومة لتبسيط التحليل، ولنفترض أن المؤسسة الأولى قائدة والثانية مقودة، هذا يعني أن سلوك المؤسسة الثانية يشبه سلوكها في حالة نموذج كورنو، أما الأولى فإنها تعظم ربحها بناء على دالة رد الفعل للثانية، ولنفترض أن منحني الطلب الموجه نحو إنتاج المؤسستين يأخذ الصيغة الرياضية:

$P = A - BQ$ ، هذا ما يجعل ربح المؤسسة القائدة يأخذ الصيغة الرياضية التالية:

$$\pi_1 = P * Q_1 = (A - BQ)Q_1 = [A - B(Q_1 + Q_2)]Q_1 = AQ_1 - BQ_1^2 - BQ_1Q_2$$

من دالة الربح الحدي للمؤسسة المقودة نجد أن: $Q_2 = \frac{A}{2B} - \frac{1}{2}Q_1$ نعوضها في دالة الربح للمؤسسة الأولى

فنجد:

$$\pi_1 = AQ_1 - BQ_1^2 - BQ_1 \left(\frac{A}{2B} - \frac{1}{2}Q_1 \right) = AQ_1 - BQ_1^2 - \frac{AB}{2B}Q_1 + \frac{B}{2}Q_1^2$$

$$\Rightarrow \pi_1 = \frac{A}{2}Q_1 - \frac{B}{2}Q_1^2 \Rightarrow \frac{\Delta \pi_1}{\Delta Q_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{A}{2} - BQ_1 = 0 \Rightarrow Q_1 = \frac{A}{2B}$$

$$\Rightarrow Q_2 = \frac{A}{2B - \frac{1}{2}}Q_1 = \frac{A}{2B} - \frac{1}{2} \frac{A}{2B} = \frac{A}{4B}$$

هذا يشير إلى أن المؤسسة القائدة تعظم الربح عند إنتاجها $Q_1 = \frac{A}{2B}$ ، ويمكن أن نجد كمية توازن

المؤسسة الثانية في حالة اعتبارها هي القائدة بنفس الطريقة، أما الحالتين الباقيتين فيعاملان بحسب نموذج كورنو.

مثال: خذ نفس معطيات المثال السابق، وحدد كمية توازن كل مؤسسة والربح المحقق من طرفها في حالة كانت: -الأولى في موقف قيادي والثانية مقودة.

-الثانية في موقف قيادي والأولى مقودة.

الحل:

1- تحديد كمية توازن كل مؤسسة في حالة المؤسسة الأولى في موقف قيادي: تكتب دالة الربح لهذه المؤسسة كما يلي:

$$\pi_1 = P * Q_1 = [-2(Q_1 + Q_2) + 10]Q_1 - 2Q_1^2 - 3Q_1 - 25 = -4Q_1^2 - 2Q_1Q_2 + 7Q_1 - 25$$

$$\Rightarrow \text{Max} \pi_1 \Leftrightarrow \frac{\Delta \pi_1}{\Delta Q_1} = 0 \Rightarrow -8Q_1 - 2Q_2 + 7 = 0$$

نجد دالة رد الفعل للمؤسسة المقودة كما يلي:

$$\pi_2 = P * Q_2 = [-2(Q_1 + Q_2) + 10]Q_2 - Q_2^2 - 5Q_2 - 16 = -3Q_2^2 - 2Q_1Q_2 + 5Q_2 - 16$$

$$\Rightarrow \text{Max} \pi_2 \Leftrightarrow \frac{\Delta \pi_2}{\Delta Q_2} = 0 \Rightarrow -6Q_2 - 2Q_1 + 5 = 0 \Rightarrow Q_2 = -\frac{1}{3}Q_1 + \frac{5}{6}$$

نعوض قيمة Q_2 من دالة رد الفعل السابقة في دالة الربح للمؤسسة القائدة فنجد:

$$\pi_1 = -4Q_1^2 - 2Q_1\left(-\frac{1}{3}Q_1 + \frac{5}{6}\right) + 7Q_1 - 25 \Rightarrow \pi_1 = -\frac{10}{3}Q_1^2 + \frac{16}{3}Q_1 - 25$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta \pi_1}{\Delta Q_1} = 0 \Leftrightarrow -\frac{20}{3}Q_1 + \frac{16}{3} = 0 \Rightarrow Q_1 = 0.8 \Rightarrow Q_2 = -\frac{1}{3}(0.8) + \frac{5}{6} = 0.569$$

هذا يعني انه في حالة كانت المؤسسة الأولى في موقف قيادي فإنها ستنتج 0.8 وحدة لكي تحقق التوازن، والمؤسسة الثانية والتي تكون في موقف مقودة ستنتج الباقي أي 0.569 وحدة، مع العلم أن كلا المؤسساتين تبيعان منتوجهما بسعر قدره 7.262 دج.

2- تحديد كمية توازن كل مؤسسة في حالة المؤسسة الثانية في موقف قيادي: تكتب دالة الربح لهذه المؤسسة كما يلي:

$$\pi_2 = P * Q_2 = [-2(Q_1 + Q_2) + 10]Q_2 - Q_2^2 - 5Q_2 - 16 = -3Q_2^2 - 2Q_1Q_2 + 5Q_2 - 16$$

$$\Rightarrow \text{Max} \pi_2 \Leftrightarrow \frac{\Delta \pi_2}{\Delta Q_2} = 0 \Rightarrow -6Q_2 - 2Q_1 + 5 = 0$$

نجد دالة رد الفعل للمؤسسة المقودة كما يلي:

$$\pi_1 = P * Q_1 = [-2(Q_1 + Q_2) + 10]Q_1 - 2Q_1^2 - 3Q_1 - 25 = -4Q_1^2 - 2Q_1Q_2 + 7Q_1 - 25$$

$$\Rightarrow \text{Max} \pi_1 \Leftrightarrow \frac{\Delta \pi_1}{\Delta Q_1} = 0 \Rightarrow -8Q_1 - 2Q_2 + 7 = 0 \Rightarrow Q_1 = -\frac{1}{4}Q_2 + \frac{7}{8}$$

نعوض قيمة Q_1 من دالة رد الفعل السابقة في دالة الربح للمؤسسة القائدة فنجد:

$$\pi_2 = -3Q_2^2 - 2Q_2\left(-\frac{1}{4}Q_2 + \frac{7}{8}\right) + 5Q_2 - 16 \Rightarrow \pi_2 = -\frac{5}{2}Q_2^2 + \frac{26}{8}Q_2 - 16$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta\pi_2}{\Delta Q_2} = 0 \Leftrightarrow -5Q_2 + \frac{26}{8} = 0 \Rightarrow Q_2 = 0.65 \Rightarrow Q_1 = -\frac{1}{4}(0.65) + \frac{7}{8} = 0.7125$$

هذا يعني انه في حالة كانت المؤسسة الثانية في موقف قيادي فإنها ستنتج 0.65 وحدة لكي تحقق التوازن، والمؤسسة الثانية والتي تكون في موقف مقودة ستنتج الباقي أي 0.7125 وحدة، مع العلم أن كلا المؤسستين تبيعان منتوجهما بسعر قدره 7.275 دج.

2- احتكار القلة بالتواطؤ: بسبب انصاف أسواق احتكار القلة بعدم التأكد بشأن تصرفات المؤسسات المنافسة، وبالتالي الجهل بدوال رد فعلها جعلها تتسم بعدم الاستقرار، إلا انه يمكن تجنب عدم التأكد هذا من خلال تفاهم أو اتفاقيات ضمنية وغير صريحة بين المؤسسات المعنية، هذا التفاهم أو التواطؤ الذي يمكن أن يأخذ احد الصور التالية:

أ- نموذج الكارتل: هو عبارة عن اتفاق ضمني بشأن السياسات الواجب انتهاجها بين عدد صغير من المؤسسات وبالتالي غير صريح، ذلك أن جل القوانين في معظم البلدان لا تسمح بعرقلة المنافسة وبالتالي هي ممانعة لحالة الاحتكار، أما عن الهدف من التكتل تحت لواء الكارتل فلا يخرج عن كونه زيادة ربح أعضاء المجموعة والحيلولة دون دخول منافسين جدد في الصناعة، سنتطرق في هذا الجزء إلى نوعين من أنواع الكارتل هما:

-الكارتل وهدف تعظيم الربح الإجمالي: إذا توفر التفاهم بين مؤسسات احتكار القلة وكان الهدف هو تعظيم الربح فإن الكارتل يتحول إلى مؤسسة محتكرة بعدة مصانع، بحيث تتوفر له المعلومات التامة حول الطلب على إنتاج الصناعة عند أي مستوى من الأسعار، وهذا ما يمكنه من حساب الإيراد الحدي للصناعة، ولأنه يكون عارفا بالتكاليف الحدية لأي حجم من الإنتاج في الصناعة، فإن تحديد سعر البيع وحجم الإنتاج في الصناعة يتم على أساس التساوي بين الإيراد الحدي والتكلفة الحدية، أخيرا يوزع مكتب الكارتل الإنتاج الكلي بين المؤسسات على أساس تساوي التكاليف الحدية لكل مؤسسة والإيراد الحدي.

يمكن تحليل الحالة السابقة للكارتل رياضيا على فرض وجود مؤسستين A و B لهما دوال التكلفة الكلية التالية:

$$TC_A = \int_1(Q_1)$$

$$TC_B = \int_2(Q_2)$$

إذا كانت دالة الطلب الكلي تأخذ العبارة التالية:

$$P = \int(Q) = \int(Q_1 + Q_2)$$

فان الربح الكلي للكارتل يأخذ العبارة التالية:

$$\pi = \pi_A + \pi_B$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \pi_A = TR_A - TC_A \\ \pi_B = TR_B - TC_B \end{cases}$$

$$\Rightarrow \pi = (TR_A - TC_A) + (TR_B - TC_B) = TR - TC_A - TC_B$$

تعظيم الربح يعني تطبيق الشرط الأول للتوازن، الذي نعبر عنه رياضيا كالتالي:

$$\frac{\Delta \pi}{\Delta Q_1} = \frac{\Delta TR}{\Delta Q_1} - \frac{\Delta TC_A}{\Delta Q_1} = 0 \Rightarrow RM = CM_A$$

$$\frac{\Delta \pi}{\Delta Q_2} = \frac{\Delta TR}{\Delta Q_2} - \frac{\Delta TC_B}{\Delta Q_2} = 0 \Rightarrow RM = CM_B$$

وهو ما يعني انه عند التوازن تتحقق المعادلة التالية:

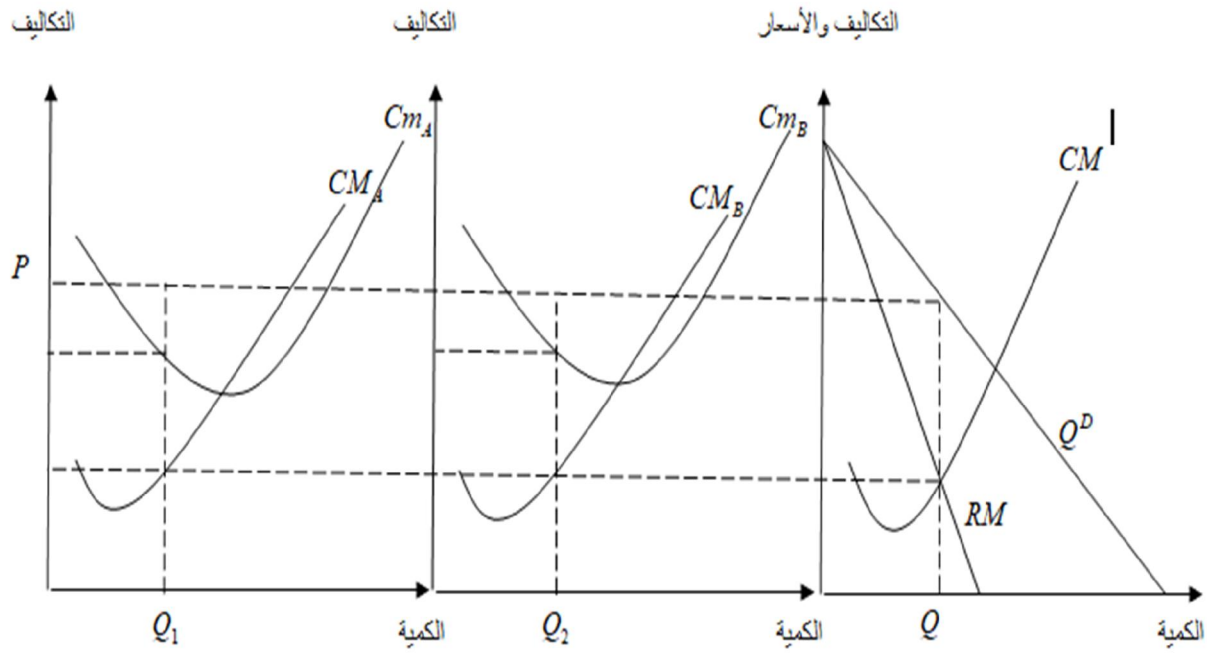
$$RM = CM_A = CM_B$$

أما شرط التوازن الثاني فنعبر عنه رياضيا بالعلاقة التالية:

$$\frac{\Delta^2 TR}{\Delta Q_1^2} < \frac{\Delta^2 TC}{\Delta Q_1^2} \wedge \frac{\Delta^2 TR}{\Delta Q_2^2} < \frac{\Delta^2 TC}{\Delta Q_2^2}$$

وهو يعني أن التكلفة الحدية لكل مؤسسة تتزايد بمعدل اكبر من تناقص الإيراد الحدي للكارتل، مع العلم

ان الحالة السابقة يمكن تصويرها بيانيا كما يظهر في الشكل الموالي:



مثال: لنفترض أن دالة الطلب الموجهة نحو مؤسستين يشكلان احتكارا ثنائيا تأخذ الشكل التالي:

$$P = 100 - 0.5Q \vee P = 100 - 0.5(Q_1 + Q_2)$$

أما دالة تكاليف المؤسستين المتواطئتين فهي معطاة بالعبارتين الرياضيتين التاليتين:

$$TC_1 = 5Q_1$$

$$TC_2 = 0.5Q_2^2$$

-أوجد الربح الكلي للكارتل.

الحل: لإيجاد الربح الكلي للكارتل نمر بالخطوات التالية:

-تحديد دالة الربح الكلي للكارتل: بحيث نكتبها وفق الصيغة الرياضية التالية:

$$\pi = \pi_1 + \pi_2$$

$$\Rightarrow \pi = TR - TC_1 - TC_2 = [100 - 0.5(Q_1 + Q_2)](Q_1 + Q_2) - 5Q_1 - 0.5Q_2^2$$

$$\Rightarrow \pi = 100Q_1 + 100Q_2 - 0.5Q_1^2 - 0.5Q_1Q_2 - 0.5Q_2Q_1 - 0.5Q_2^2 - 5Q_1 - 0.5Q_2^2$$

$$\Rightarrow \pi = 95Q_1 - 0.5Q_1^2 - Q_1Q_2 - Q_2^2 + 100Q_2$$

-نعدم المشتقات الأولى فنجد:

$$\frac{\Delta\pi}{\Delta Q_1} = 95 - Q_1 - Q_2 = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\Delta\pi}{\Delta Q_2} = -Q_1 - 2Q_2 + 100 = 0 \dots\dots\dots (2)$$

بضرب المعادلة الثانية بناقص واحد، ثم جمعها مع المعادلة الأولى نجد:

$$-5 + Q_2 = 0 \Rightarrow Q_2 = 5 \Rightarrow Q_1 = 90$$

أما عن الربح الاعظمي فيقدر كما يلي:

$$\pi = 95(90) - 0.5(90)^2 - (5)(90) - (5)^2 + 100(5) = 4525 \text{ دج}$$

لكي يكون الربح السابق هو الاعظمي يجب تحقق شروط الدرجة الثانية والتي نختبرها كما يلي:

$$RT = (100 - 0.5Q_1 - 0.5Q_2)(Q_1 + Q_2) = 100Q_1 + 100Q_2 - 0.5Q_1^2 - Q_1Q_2 - 0.5Q_2^2$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta TR}{\Delta Q_1} = 100 - Q_1 - Q_2 \Rightarrow \frac{\Delta^2 TR}{\Delta Q_1^2} = -1 < \frac{\Delta^2 TC_1}{\Delta Q_1^2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta TR}{\Delta Q_2} = 100 - Q_1 - Q_2 \Rightarrow \frac{\Delta^2 TR}{\Delta Q_2^2} = -1 < \frac{\Delta^2 TC_2}{\Delta Q_2^2} = 1$$

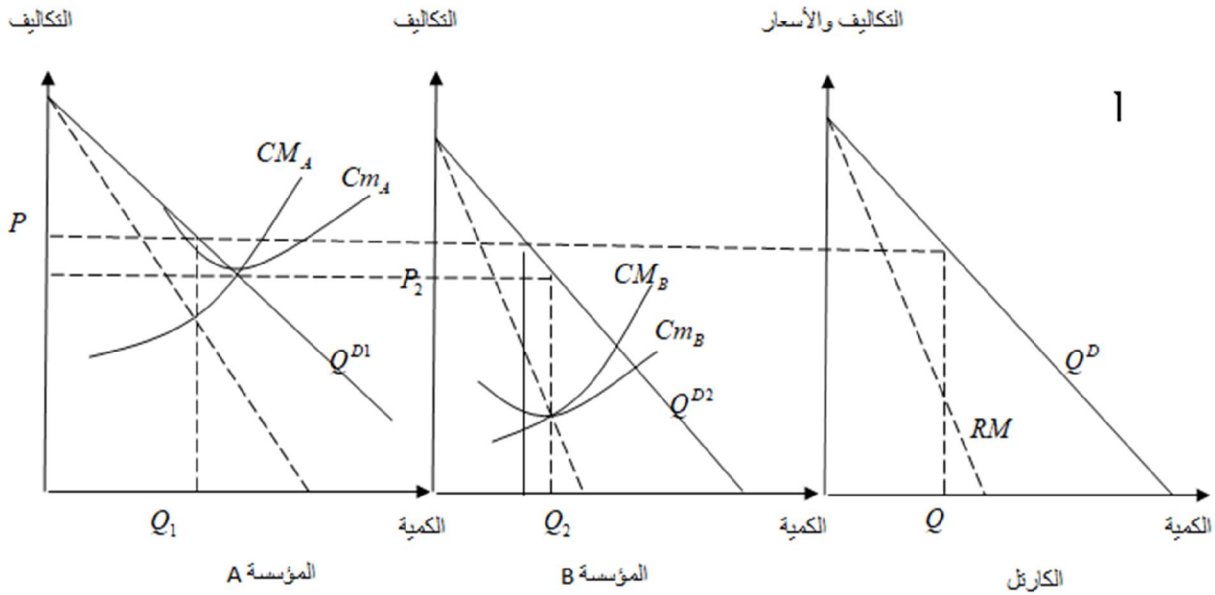
نلاحظ أن شروط الدرجة الثانية محققة، وبالتالي فالكارتل يكون في حالة توازن إذا أنتجت المؤسسة الأولى

$$90 \text{ وحدة والثانية } 5 \text{ وحدات، وكان سعر البيع هو: } P = 100 - 0.5(95) = 52.5 \text{ دج}$$

-الكارتل وهدف توزيع الحصص: يسمى نوع الكارتل السابق بالكارتل المركزي، وهو نادر الوجود في الحياة الواقعية بسبب عدم توفر الثقة المتبادلة بين مؤسساته، وكذلك بسبب عدم رغبة أعضائه في التخلي على كامل سلطتهم، وبدلاً منه تتخذ كارتلات غير مركزية مثل كارتل مقاسمة السوق بين الأعضاء، أين تتوفر لكل مؤسسة نوع من الحرية في اتخاذ القرارات المتعلقة بالإنتاج والتسويق، مع العلم أن هذا التنظيم السوقي يشتمل على نوعين من الاتفاقات في توزيع الحصص هما: المنافسة غير السعرية وتحديد الحصص أين نكتفي بدراسة النوع الأول، والذي يتفق مجموعة أعضائه على سعر موحد للبيع، مما يعني إمكانية التنافس بأي شكل من الأشكال، مثلاً من خلال الدعاية والإشهار للمنتجات أو من خلال شكل المنتج.

على الرغم من أنه نموذج أكثر واقعية إلا أنه هو الآخر يوصف من طرف أغلب الاقتصاديين بأنه غير مستقر، سواء في حالة تساوي تكاليف الإنتاج للأعضاء وقيام أحدهم بخرق أهم بنود الاتفاق السعري - تخفيض السعر - وهو ما يقابل بتصرف مماثل من طرف بقية الأعضاء، أين يحدث خروج عن القاعدة

السعرية التي يتميز بها هذا التنظيم، أو في حالة عدم تساوي التكاليف أين يحاول الأعضاء ذوي التكلفة الأقل فرض أسعار منخفضة كما يظهر في الشكل الموالي.

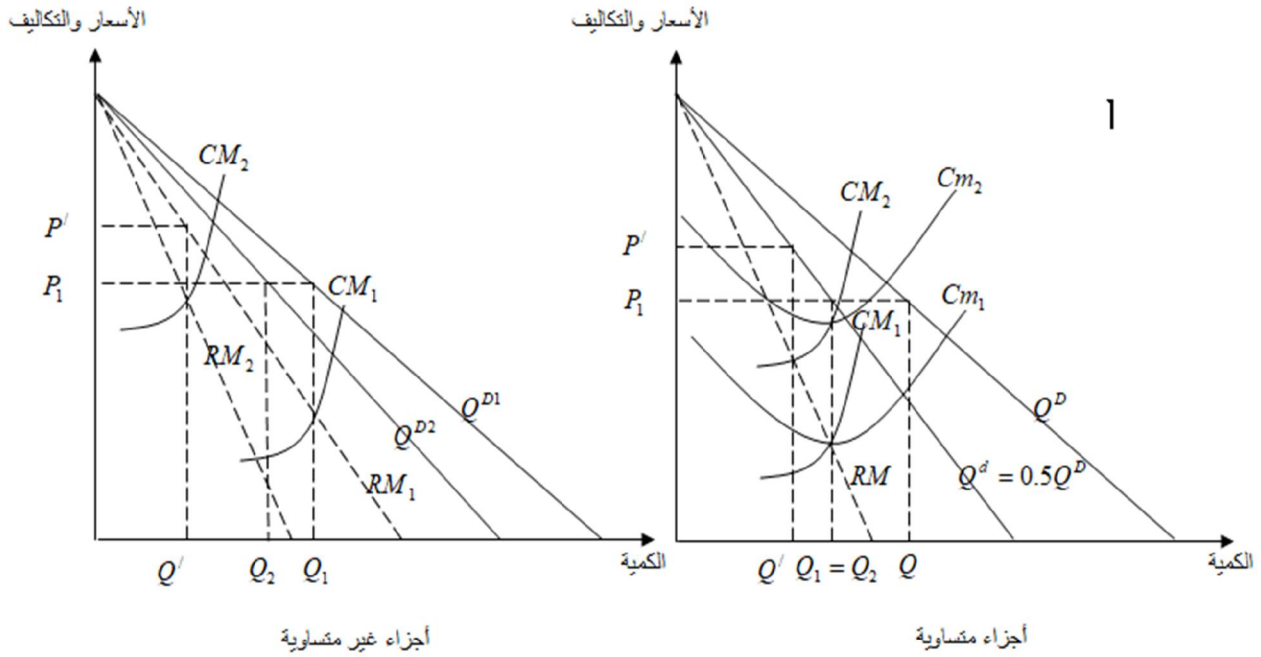


يفترض في الشكل السابق كارتل يتكون من مؤسستين A و B أين يختلفان في تكلفة الإنتاج، بحيث المؤسسة B ذات تكلفة اقل، بحيث اتفاق المؤسستان على إنتاج حجم مقداره Q وبيعه بالسعر P يجعل الكارتل يحقق أرباحا بحتة، لكن الملاحظ على الشكل السابق هو أن المؤسسة الثانية ليست في حالة توازن، بحيث يمكنها تحقيق ربح اكبر إذا خفضت سعرها حتى المستوى P_2 وباعت كمية اكبر من الكمية السابقة، وهذا السعر الجديد هو اقل من تكاليف المؤسسة الأولى، وفي حالة العمل به سيخرجها من السوق، مع العلم انه يتعارض مع قواعد هذا النوع من الكارتل.

ب-الزعامة على السعر-القيادة السعرية:- الزعامة على السعر هي شكل من أشكال تنظيم سوق احتكار القلة مع تفاهم بين أعضائه، ويقصد بها خضوع المؤسسات داخل الصناعة لزعامة-قيادة- مؤسسة واحدة، بمعنى يقرر المنتجون في سوق احتكار القلة وبدون اتفاق رسمي تحديد نفس السعر الذي يقرره الزعيم في الصناعة، وهنا تجدر الإشارة إلى أن هذا التنظيم السوقي هو الأكثر شيوعا في الحياة الواقعية، ذلك انه يعطي أعضائه حرية اكبر في عرض منتجاتهم فضلا عن اعتماد الأنشطة التسويقية التي تناسب كل منهم، وهنا يمكن إبراد الشكلين الأكثر انتشارا لهذه القيادة وهما:

-الزعيم صاحب التكلفة الأقل: تتجسد هذه الحالة على ارض الواقع إذا كانت إحدى المؤسسات تواجه تكاليف منخفضة مقارنة بتكاليف باقي المؤسسات، وفي هذه الحالة تتصرف هذه المؤسسة على أساس أنها محتكر لإنتاج السلعة، يعني تقوم بتحديد سعر إنتاجها والذي يحقق لها أقصى الأرباح، أما باقي المؤسسات فهي آخذة للسعر، وهو ما يشير إلى أن هذه الأخيرة تقوم بتحديد أسعارها عند نفس المستوى السابق، وما تجدر الإشارة له هنا هو أن الأرباح التي تحققها باقي المؤسسات هي اقل من أقصى الإرباح، وهو ما يعني قيام هذه المؤسسات بإنتاج كمية اكبر من الكمية التي ترغب في إنتاجها لو لم تكن هناك مؤسسة تتمتع بتكاليف منخفضة، سواء تم قسمة السوق بشكل متساوي بين الأعضاء ، أو كانت القسمة غير متساوية كما يظهره الشكل الموالي.

كما يظهر في الشكل أدناه فان المؤسسة صاحبة التكلفة الأقل-الأولى- تحقق أعظم الأرباح إذا أنتجت الكمية Q_1 وباعتها بالسعر P_1 ، وهو السعر نفسه الذي تلتزم به المؤسسة الثانية بإنتاجها الكمية $Q_1 = Q_2$ في حالة قسمة السوق بالتساوي أو Q_2 في حالة القسمة غير المتساوية للسوق، رغم أنها لا تحقق أعظم الأرباح، ذلك أن هذا الأخير-الربح- يكون في أعظم قيمة له إذا أنتجت المؤسسة الثانية الكمية $Q' < Q_2$ بحيث وباعتها بالسعر P_2 ، وهذا ما يعني أن المؤسسة الثانية تضحي بجزء من ربحها وتلتزم بسعر المؤسسة القائدة لتتفادى حرب الأسعار الذي يصب في غير صالحها، ذلك أن المؤسسة الأولى بإمكانها تخفيض السعر إلى مستوى اقل من تكاليف المؤسسة الثانية، وهذا ما يجبر هذه الأخيرة على الانسحاب.



مثال: افترض أن دالة الطلب السوقي معطاة وفق الصيغة الرياضية التالية:

$$P = 105 - 2.5Q = 105 - 2.5(Q_1 + Q_2)$$

وان دوال التكلفة الكلية لمؤسستين تقسمان السوق بالتساوي تأخذ الصيغتين التاليتين:

$$TC_1 = 5Q_1$$

$$TC_2 = 15Q_2$$

المطلوب:

1- حدد مستوى السعر الذي تفرضه المؤسسة القائدة والكمية التي تعرضها.

2- حدد مقدار الربح المحقق من طرف المؤسسة المقودة.

الحل:

1- حساب السعر الذي تفرضه المؤسسة القائدة والكمية التي تعرضها: من العبارة الرياضية لدالتى التكلفة

يتضح أن المؤسسة الأولى تنتج الوحدة الواحدة -5 دج- بتكاليف اقل من الثانية -15 دج-، وهذا ما يعني أن

المؤسسة الأولى ستكون في موقف قيادي، مع العلم أن دالة ربح هذه الأخيرة تحسب كما يلي:

$$\pi_1 = P * Q_1 - TC_1 = (105 - 2.5(2Q_1))Q_1 - 5Q_1$$

$$\Rightarrow \pi_1 = 100Q_1 - 5Q_1^2$$

لكي يكون الربح أعظمي يجب إعدام المشتقة الأولى له كما يلي:

$$\frac{\Delta \pi_1}{\Delta Q_1} = 100 - 10Q_1 = 0 \Rightarrow Q_1 = 10$$

أما السعر الذي تفرضه المؤسسة الأولى فيساوي:

$$P = 105 - 2.5(10 + 10) = 55 \text{ دج}$$

وبالتالي سيكون ربح المؤسسة الأولى أعظمي ويساوي:

$$\pi_1 = 100(10) - 5(10)^2 = 500 \text{ دج}$$

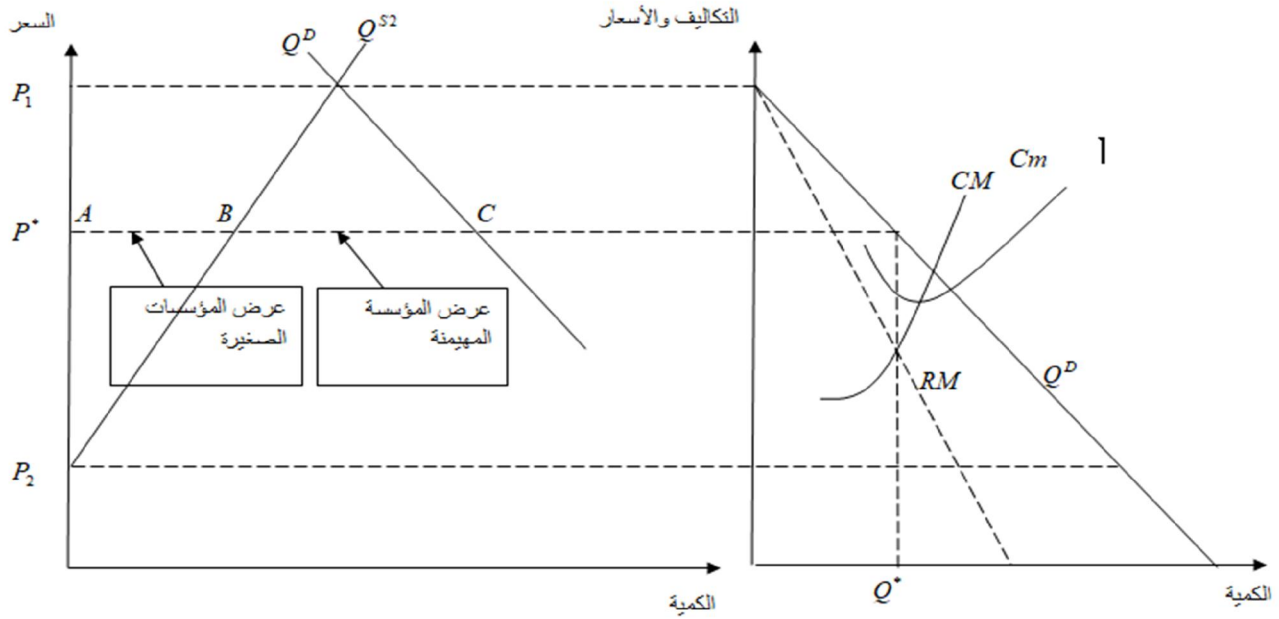
2- تحديد مقدار الربح المحقق من طرف المؤسسة الثانية:

$$\pi_2 = P * Q - TC_2 = 10 * 55 - 15(10) = 400 \text{ دج}$$

- **نموذج المؤسسة المهيمنة:** حتى توصف احد المؤسسات بأنها مهيمنة على السوق يجب أن تحوز فيه على حصة سوقية معتبرة، بمعنى تمول بسلعها جزء كبيرا من السوق بالاشتراك مع مجموعة من المنتجين الصغار، وهذا هو الأمر الغالب في معظم الأسواق التي تمارس فيها استراتيجية القيادة السعرية، وفي هذه الحالة ينقاد المنتجين الصغار للمؤسسة الكبيرة بدوافع مختلفة يأتي في مقدمتها الخوف والملائمة، لتطبيق هذا النموذج يفترض توفر الشرطين التاليين:

- المؤسسة المهيمنة تعرف دالة الطلب السوقي.

- المؤسسة المهيمنة تعرف دالة عرض المنتجين الصغار عبر معرفتها للتكاليف الحدية لهم، وهذا ما يمكنها من تقدير وتحديد الكميات المعروضة من طرفهم عند أي مستوى للسعر. يمكن التعبير ببيانها على مثل هذا النوع من القيادة السعرية كما يلي:



إذا كان Q^{S2} في الشكل يمثل منحنى عرض المؤسسات الصغيرة فإن الكمية التي تعرضها المؤسسة المهيمنة عند أي مستوى للسعر تساوي الفرق بين حجم الطلب السوقي عند ذلك السعر والكمية التي تعرضها المؤسسات الصغيرة عند نفس مستوى السعر، وهذا ما يجعلنا نستنتج ما يلي:

- حصة المؤسسة المهيمنة تساوي صفر عندما سعر التوازن يساوي P_1 .
- حصة المؤسسة المهيمنة يساوي الطول BC إذا كان سعر التوازن P^* .
- عرض المؤسسات الصغيرة يساوي الصفر عند سعر التوازن يساوي P_2 ، وبالتالي فإن دالة الطلب السوقي توجه بالكامل نحو منتجات المؤسسة المهيمنة.

على العموم إذا عرفت المؤسسة المهيمنة دالة الطلب السوقي الموجه إليها $(Q^D - Q^{S2})$ فإنها تصل إلى التوازن -تحقيق أعظم ربح- بالمساواة بين التكلفة الحدية والإيراد الحدي لها، لهذا فإنها تنتج الكمية Q^* وتبيعها بالسعر P^* كما في الشكل السابق، أي تعرض المؤسسة المهيمنة الكمية BC بينما تعرض المؤسسات الأخرى الكمية AB، وبالتالي يلبي الطلب السوقي AC.

مثال: لنفترض أن مؤسسة مهيمنة تعرف بدقة دالة عرض المؤسسات الصغرى التابعة لها، حيث تأخذ العبارة الرياضية التالية:

$$Q^{S2} = 0.5P - 5$$

المؤسسة المهيمنة تعرف بدقة دالة الطلب السوقي والتي تأخذ الشكل الرياضي الموالي:

$$Q^D = 100 - 0.2P$$

إذا كانت دالة التكلفة للمؤسسة المهيمنة معطاة وفق الصيغة الرياضية التالية:

$$TC = 4Q$$

- حدد مستوى الإنتاج الأمثل من طرف المؤسسة المهيمنة.

- ما هو السعر المرتبط بهذا المستوى.

- ما هي كمية السوق الممولة من طرف المؤسسات الصغيرة.

الحل:

1- تحديد مستوى الإنتاج الأمثل للمؤسسة المهيمنة: يمكننا تحديد دالة الطلب الموجه للمؤسسة المهيمنة بطرح عرض المؤسسات الأخرى من الطلب الإجمالي كما يلي:

$$Q^D - Q^{S2} = (100 - 0.2P) - (0.5P - 5) = -0.7P + 105 \Rightarrow P = -1.43Q + 150$$

ربح المؤسسة المهيمنة يحسب كما يلي:

$$\pi = TR - TC = P * Q - TC = -1.43Q^2 + 150Q - 4Q = -1.43Q^2 + 146Q$$

$$\Rightarrow \text{Max} \pi \Leftrightarrow \frac{\Delta \pi}{\Delta Q} = 0 \Leftrightarrow -2.86Q + 146 = 0 \Rightarrow Q = 51.04$$

هذا يعني أن الكمية التي تعرضها المؤسسة المهيمنة تقدر بحوالي 51.04 وحدة.

2- تحديد السعر الذي تفرضه المؤسسة المهيمنة: نعوض الكمية السابقة في دالة الطلب الموجهة للمؤسسة المهيمنة فنجد:

$$P = -1.43(51.004) + 150 = 77 \text{ دج}$$

هذا يعني أن السعر الذي تفرضه المؤسسة المهيمنة يساوي 77 دج.

3- تحديد الكمية الممولة من طرف المؤسسات الصغيرة:

$$Q^D = 100 - 0.2(77) = 84.6$$

$$\Rightarrow Q^{S2} = 84.6 - 51.04 = 33.5$$

وهذا ما يعني أن كمية الطلب الإجمالي عند السعر 77 دج تقدر بحوالي 84.6 وحدة، حصة المؤسسة

المهيمنة هي 51.04 وحدة وباقي المؤسسات الصغيرة تمول حوالي 33.5 وحدة.

سلسلة تمارين محلولة:

التمرين الأول: تتميز مؤسستان بتتابع التكلفة الكلية التالية:

$$TC_1 = 6Q_1$$

$$TC_2 = 0.6Q_2^2$$

دالة الطلب السوقى على منتجات المؤسستين معطاة وفق الصيغة التالية:

$$Q = Q_1 + Q_2 = 300 - P$$

-حدد إنتاج وأرباح المؤسستين وسعر السوق المناسب في وضع الاحتكار الثنائي لكورنو.

الحل:

1-تحديد إنتاج كل مؤسسة: توازن المؤسستين يتحقق عندما تعظم كل مؤسسة ربحها، أي:

$$(Q_1 + Q_2) = 300 - P \Rightarrow P = 300 - (Q_1 + Q_2)$$

$$\Rightarrow \pi_1 = P * Q_1 - TC_1 = [300 - (Q_1 + Q_2)]Q_1 - 6Q_1 = 294Q_1 - Q_1^2 - Q_2Q_1$$

$$\Rightarrow \pi_2 = P * Q_2 - TC_2 = [300 - (Q_1 + Q_2)]Q_2 - 0.6Q_2^2 = 300Q_2 - Q_1Q_2 - 1.6Q_2^2$$

يتحقق أعظم ربح عندما تنعدم المشتقة الأولى، أي:

$$\frac{\Delta \pi_1}{\Delta Q_1} = 294 - 2Q_1 - Q_2 = 0 \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{\Delta \pi_2}{\Delta Q_2} = 300 - 3.2Q_2 - Q_1 = 0 \dots \dots \dots (2)$$

يطلق على المعادلتين السابقتين اسم معادلتى ردود الأفعال، حيث أن كمية كل مؤسسة هي دالة في كمية

المؤسسة الأخرى، بضرب المعادلة الثانية بالعدد -2 وجمعها مع المعادلة الأولى نجد:

$$-600 + 6.4Q_2 + 2Q_1 = 0$$

$$(1) + (2) \Leftrightarrow -306 + 5.4Q_2 = 0 \Rightarrow Q_2 = 56.67$$

$$\Rightarrow 294 - 2Q_1 - 56.67 = 0 \Rightarrow Q_1 = 118.67$$

2-تحديد ربح كل مؤسسة: نعوض الكميات المتوصل إليها سابقا في دالة ربح كل مؤسسة فنجد:

$$\pi_1 = 294(118.67) - (118.67)^2 - (118.67)(56.67) = 14081.4$$

$$\pi_2 = 300(56.67) - (118.67)(56.67) - 1.6(56.67)^2 = 7030.48$$

هذا يعني أن ربح المؤسسة الأولى يكون 14081.4 دج، في حين ربح الثانية سيكون 7030.48 دج.

3-تحديد سعر السوق المناسب: نعوض الكميات المحصل عليها سابقا في دالة الطلب فنجد السعر كما يلي:

$$P = 300 - (Q_1 + Q_2) = 300 - (56.67 + 118.67) \Rightarrow P = 124.66 \text{ دج}$$

التمرين الثاني: خذ نفس معطيات التمرين الأول وحدد الكمية التي تعظم ربح كلا المحتكرين حسب نموذج ستاركلبرغ.

الحل:

1- تحديد دوال الفعل ورد الفعل من خلال تطبيق شرط تعظيم الربح كالتالي:

$$\pi_1 = P * Q_1 - TC_1 = [300 - (Q_1 + Q_2)]Q_1 - 6Q_1 = 294Q_1 - Q_1^2 - Q_1Q_2$$

$$\pi_2 = P * Q_2 - TC_2 = [300 - (Q_1 + Q_2)]Q_2 - 0.6Q_2^2 = 300Q_2 - 1.6Q_2^2 - Q_1Q_2$$

نعدم المشتقات الجزئية الأولى فنحصل على دوال الفعل ورد الفعل كما يلي:

$$\frac{\Delta \pi_1}{\Delta Q_1} = 294 - 2Q_1 - Q_2 = 0 \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{\Delta \pi_2}{\Delta Q_2} = 300 - 3.2Q_2 - Q_1 = 0 \dots \dots \dots (2)$$

2- تحديد الكميات على أساس أن المؤسسة الأولى في موقف قيادي: من دالة رد الفعل للمؤسسة المقودة أي الثانية نجد:

$$(2) \Rightarrow -3.2Q_2 = Q_1 - 300 \Rightarrow Q_2 = 93.75 - 0.3125Q_1$$

نعوض قيمة Q_2 في دالة الربح للمؤسسة القائمة فنحصل على:

$$\pi_1 = 294Q_1 - Q_1^2 - Q_1(93.75 - 0.3125Q_1) \Leftrightarrow \pi_1 = 200.25Q_1 - 0.6875Q_1^2$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta \pi_1}{\Delta Q_1} = 200.25 - 1.375Q_1 = 0 \Rightarrow Q_1 = 145.63$$

$$\Rightarrow Q_2 = 93.75 - 0.3125(145.63) \Rightarrow Q_2 = 48.24$$

هذا يعني انه في حالة كانت المؤسسة الأولى في موقف قيادي فإنها ستنتج 145.63 وحدة لكي تحقق التوازن، والمؤسسة الثانية والتي تكون في موقف مقودة ستنتج الباقي أي 48.24 وحدة، مع العلم أن كلا المؤسساتين تبيعان منتوجهما بسعر قدره 106.13 دج.

3- تحديد كمية توازن كل مؤسسة في حالة المؤسسة الثانية في موقف قيادي: من دالة رد الفعل للمؤسسة المقودة أي الأولى نجد:

$$(1) \Rightarrow -2Q_1 = Q_2 - 294 \Rightarrow Q_1 = 147 - 0.5Q_2$$

نعوض قيمة Q_1 في دالة رد الفعل للمؤسسة القائدة أي الثانية فنحصل على:

$$\pi_2 = 300Q_2 - 1.6Q_2^2 - Q_2(147 - 0.5Q_2) \Leftrightarrow \pi_2 = 153Q_2 - 1.1Q_2^2$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta \pi_2}{\Delta Q_2} = 153 - 2.2Q_2 = 0 \Rightarrow Q_2 = 69.54$$

$$\Rightarrow Q_1 = 147 - 0.5(69.54) \Rightarrow Q_1 = 112.22$$

هذا يعني انه في حالة كانت المؤسسة الثانية في موقف قيادي فإنها ستنتج 69.54 وحدة لكي تحقق التوازن، والمؤسسة الأخرى والتي تكون في موقف مقودة ستنتج الباقي أي 112.22 وحدة، مع العلم أن كلا المؤسستين تبيعان منتوجهما بسعر قدره 118.24 دج.

التمرين الثالث: سوق يسوده الاحتكار الثنائي، بحيث دالة التكلفة لكل محتكر تعطى وفق الصيغة الرياضية التالية:

$$TC_A = 0.75Q_A^2$$

$$TC_B = Q_B^2$$

كما أن دالة الطلب في هذا السوق تأخذ الصيغة الرياضية التالية:

$$Q = Q_1 + Q_2 = -0.25P + 25$$

1- حدد دالة رد الفعل لكل محتكر.

2- حدد كمية توازن كل محتكر حسب نموذج كورنو.

3- احسب السعر، الكمية لكل مؤسسة في حالة كانت المؤسسة الثانية في موقف قيادي.

الحل:

1- تحديد دوال رد الفعل لكل مؤسسة: تتحدد هذه الأخيرة من شروط الدرجة الأولى لتعظيم الربح، أي:

$$Q = -0.25P + 25 \Rightarrow P = -4Q + 100$$

$$\pi_A = P * Q - TC_A = [100 - 4(Q_A + Q_B)]Q_A - 0.75Q_A^2 = 100Q_A - 4.75Q_A^2 - 4Q_BQ_A$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta \pi_A}{\Delta Q_A} = 100 - 9.5Q_A - 4Q_B = 0 \dots \dots \dots (1)$$

$$\pi_B = P * Q_B - TC_B = [100 - 4(Q_A + Q_B)]Q_B - Q_B^2 = 100Q_B - 5Q_B^2 - 4Q_AQ_B$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta \pi_B}{\Delta Q_B} = 100 - 10Q_B - 4Q_A = 0 \dots \dots \dots (2)$$

المعادلتان الأولى والثانية هما دالتا رد الفعل للمؤسستين A و b على الترتيب.

2- تحديد كمية توازن كل مؤسسة حسب نموذج كورنو: نقوم بتحديد نقطة تقاطع المعادلتين الأولى والثانية، جبرياً نقوم بحلها، أي نقوم بضرب المعادلة الأولى بالعدد -2.5 ونجمعها مع المعادلة الثانية فنجد:

$$\begin{aligned}(1) &\Leftrightarrow -250 + 23.75Q_A + 10Q_B = 0 \\ &\Rightarrow -150 + 19.75Q_A = 0 \Rightarrow Q_A = 7.6 \\ &\Rightarrow 100 - 10Q_B - 4(7.6) = 0 \Rightarrow Q_B = 6.96 \\ &\Rightarrow P = -4(7.6 + 6.96) + 100 = 41.76\end{aligned}$$

هذا يعني أنه حسب نموذج كورنو على المؤسسة الأولى أن تنتج 7.6 وحدة، والثانية 6.96 وحدة لكي

تحققا التوازن، مع العلم أن الإنتاج يباع بالسعر 41.76 للوحدة الواحدة.

3- تحديد مؤشرات التوازن في حال كانت المؤسسة الثانية في موقف قيادي: نجد قيمة Q_A من دالة رد الفعل للمؤسسة الأولى ونعوضه في دالة رد الفعل للمؤسسة الثانية كما يلي:

$$\begin{aligned}\pi_B &= P * Q_B - TC_B = 100Q_B - 5Q_B^2 - 4Q_B \left(\frac{100 - 4Q_B}{9.5} \right) = 57.9Q_B - 3.32Q_B^2 \\ &\Rightarrow \frac{\Delta \pi_B}{\Delta Q_B} = 57.9 - 6.64Q_B = 0 \Rightarrow Q_B = 8.71 \\ &\Rightarrow Q_A = \frac{100 - 4(8.71)}{9.5} = 6.85 \\ &\Rightarrow P = -4(6.85 + 8.71) + 100 = 37.76\end{aligned}$$

حسب نموذج ستاركليبرغ إذا كانت المؤسسة الثانية في موقف قيادي فإنها يجب أن تنتج 8.71 وحدة، في حين تنتج المؤسسة المقودة أي الأولى 6.85 وحدة، مع العلم أن الإنتاج يباع بسعر 37.76 للوحدة الواحدة.

التمرين الرابع: لنفترض أن مؤسسة مهيمنة تعرف بدقة دالة عرض المؤسسات الصغرى التابعة لها، حيث تأخذ العبارة الرياضية التالية:

$$Q^{S2} = 0.2P$$

المؤسسة المهيمنة تعرف بدقة دالة الطلب السوقي والتي تأخذ الشكل الرياضي الموالي:

$$Q^D = 50 - 0.3P$$

إذا كانت دالة التكلفة للمؤسسة المهيمنة معطاة وفق الصيغة الرياضية التالية:

$$TC = 2Q$$

1- حدد مستوى الإنتاج الأمثل من طرف المؤسسة المهيمنة.

2- ما هو السعر المرتبط بهذا المستوى.

3- ما هي كمية السوق الممولة من طرف المؤسسات الصغيرة.

الحل:

1- تحديد مستوى الإنتاج الأمثل للمؤسسة المهيمنة: يمكننا تحديد دالة الطلب الموجه للمؤسسة المهيمنة بطرح عرض المؤسسات الأخرى من الطلب الإجمالي كما يلي:

$$Q^D - Q^{S2} = (50 - 0.3P) - 0.2P = 50 - 0.5P \Rightarrow P = -2Q + 100$$

ربح المؤسسة المهيمنة يحسب كما يلي:

$$\pi = TR - TC = P * Q - TC = -2Q^2 + 100Q - 2Q = -2Q^2 + 98Q$$

$$\Rightarrow \text{Max} \pi \Leftrightarrow \frac{\Delta \pi}{\Delta Q} = 0 \Leftrightarrow -4Q + 98 = 0 \Rightarrow Q = 24.5$$

هذا يعني أن الكمية التي تعرضها المؤسسة المهيمنة تقدر بحوالي 24.5 وحدة.

2- تحديد السعر الذي تفرضه المؤسسة المهيمنة: نعوض الكمية السابقة في دالة الطلب الموجهة للمؤسسة المهيمنة فنجد:

$$P = -2(24.5) + 100 = 51 \text{ دج}$$

هذا يعني أن السعر الذي تفرضه المؤسسة المهيمنة يساوي 51 دج.

3- تحديد الكمية الممولة من طرف المؤسسات الصغيرة:

$$Q^D = 50 - 0.3(51) = 34.7$$

$$\Rightarrow Q^{S2} = 0.2(51) = 10.2$$

وهذا ما يعني أن كمية الطلب الإجمالي عند السعر 51 دج تقدر بحوالي 34.7 وحدة، حصة المؤسسة

المهيمنة هي 24.5 وحدة وباقي المؤسسات الصغيرة تمول حوالي 10.2 وحدة.

المراجع المعتمدة:

أولاً-المراجع باللغة العربية.

- 1-عبد الحميد برحومة، مبادئ الاقتصاد الجزئي، ج2، دار الهدى للطباعة والنشر والتوزيع، 2013.
- 2-عماري عمار، الاقتصاد الجزئي-ملخص الدروس وتطبيقات محلولة-، دار النشر جيطلي، برج بوعريريج، الجزائر، 2010.
- 3-حسين علي بخت وغالب عوض الرفاعي، أساسيات الاقتصاد الرياضي، دار المناهج للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 2003.
- 4-محمد فرحي، التحليل الاقتصادي الجزئي، ط1، الأصالة للنشر والتوزيع، الجزائر، 2012.
- 5-حربي محمد عريقات، مبادئ الاقتصاد -التحليل الجزئي-، دار وائل للنشر، عمان، الأردن، 2010.
- 6-عفاف عبد الجبار سعيد ومجيد علي حسين، مقدمة في التحليل الاقتصادي الجزئي، دار وائل للنشر، عمان، الأردن، 1998.
- 7-بوكرين رزيقة، تطبيقات في الاقتصاد الجزئي، دار الأمل للطباعة والنشر والتوزيع، تيزي وزو، الجزائر، 2005.
- 8-دومنيك سلفا تور، نظرية اقتصاديات الوحدة-نظريات وأسئلة-، ترجمة سعد الدين محمد الشيال ونزيه أحمد ضيف، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 1994.
- 9-فردريك تلون، مدخل إلى الاقتصاد الجزئي، ترجمة: وردية واشد، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، بيروت، لبنان، 2008.
- 10-رشيد بن الذيب ونادية شطاب عباس، اقتصاد جزئي نظرية وتمارين، ديوان المطبوعات الجامعية، بن عكنون، الجزائر، 2014.
- 11-كريج ديبكن، الاقتصاد الجزئي، ترجمة: خالد العامري، دار الفاروق للاستثمارات الثقافية، القاهرة، مصر، 2008.
- 12-برنبيه ور.فراندييه، تمارين محلولة في الاقتصاد الجزئي، ترجمة: عبد الأمير إبراهيم شمس الدين، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، بيروت، لبنان، 1990.

- 12- ف. جيني وأ. ويبر، أصول الاقتصاد الوحدوي، ترجمة: عبد الأمير إبراهيم شمس الدين، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، بيروت، لبنان، 1989.
- 13- ضياء مجيد، النظرية الاقتصادية - التحليل الاقتصادي الجزئي -، مؤسسة شباب الجامعة، الإسكندرية، مصر، 2007.
- 14- شمعون شمعون، الرياضيات الاقتصادية، ط3، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 1998.
- 15- حسين علي بخت وغالب عوض الرفاعي، أساسيات الاقتصاد الرياضي، دار المناهج، عمان، الأردن، 2003.

ثانياً- المراجع باللغة الأجنبية.

- 1-Jenny F, Weber A.P, Initiation a la microéconomie, Dunod, Paris, 1983.
- 2-J.P Gould et C.E Ferguson, Théorie Microéconomique, Economica, Paris, 1982.
- 3-J.Lecaillon, Analyse micro-économique, Cujas, Paris, 1967.
- 4-P. Picard, Eléments de microéconomie théories et application, Montchrestien, 2007.
- 5-J.M.Henderson, Microeconomics. a mathematical approach , New York, 1997.