

# Modélisation tridimensionnelle par MVF de forme complexe d'un problème électromagnétique

D. Abdelli<sup>(1)</sup>, A. Cheriet<sup>(1)</sup>, S. Bensaid<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup>Laboratoire LGEB, Université de Biskra, <sup>(2)</sup> Université de Bouira

Abdelli22djamel@yahoo.com

**Résumé**—Cet article présente la caractérisation électromagnétique d'un tube d'Acier en utilisant un capteur inductif encerclant réalisé au sein du laboratoire LGEB. Il s'agit de déterminer la conductivité électrique et la perméabilité magnétique du tube. La formulation électromagnétique relative au calcul des courants de Foucault a été considérée afin de modéliser le dispositif capteur-tube.

**Mots clés**—MVF, GMSH, caractérisation.

## I. INTRODUCTION

Le contrôle non destructif par courants de Foucault CND-CF est une méthode très utilisée dans le domaine industriel. Elle peut fonctionner dans une chaîne de production, dans une installation sous l'opération, et au temps d'entretien. Cette popularité et cette diversité sont dues à un certain nombre de caractéristiques techniques comprenant la vitesse, la sensibilité élevée, et la possibilité de son exécution sur les structures complexes avec des sondes adaptables [1, 3].

Le principe de fonctionnement du CND-CF est basé sur le phénomène de l'induction électromagnétique. Souvent, une bobine (capteur) est alimentée par une source de courant alternative et placée au-dessus d'une pièce à contrôler. Dans un premier temps, l'interaction du champ source avec la pièce conductrice produit des courants induits dans ce dernier [2]. Ensuite, le champ inverse créé par les courants induits se superpose au champ source et par conséquent l'impédance du capteur est modifiée [3]. La distribution des courants de Foucault dans la pièce dépend de divers paramètres tels que sa forme géométrique, ses dimensions, sa conductivité électrique et sa perméabilité magnétique. La forme géométrique impose une adaptation de la forme du capteur. Les dimensions sont facilement accessibles par des mesures avec pied à coulisse. La conductivité électrique et la perméabilité magnétique sont deux paramètres électromagnétiques qui nécessitent généralement l'utilisation de méthodes protocolaires pour les identifier. Parmi ces méthodes il existe des méthodes avec contact telles que les méthodes des quatre points à courant continu DCPD ou à courant alternatif ACPD [4, 5] pour déterminer la conductivité électrique ou bien les méthodes sans contact appelé aussi méthodes électromagnétiques utilisées pour tout les paramètres électromagnétique [6].

Dans cet article, nous cherchons à déterminer les propriétés électromagnétiques d'un tube d'acier utilisé dans le transport des hydrocarbures. Ce capteur a été conçu au sein du laboratoire LGEB. Un code de calcul, qui constitue le modèle direct, basé sur la méthode des volumes finis [8]-[10] associée au générateur de maillage GMSH [11] a été aussi développé. Dans l'inversion du problème direct nous avons utilisé un algorithme de type simplex (Nelder et Mead) [7]. Pour la mesure de l'impédance nous avons utilisé un LCR mètre de précision.

## II. FORMULATION

### A. Equation Electromagnétique

A partir des équations de Maxwell qui régissent l'ensemble des phénomènes électromagnétiques, la formulation magnétodynamique axisymétrique qui utilise comme inconnu le potentiel vecteur magnétique  $A$  a été considéré :

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times A \right) - \nabla \left( \frac{1}{\mu} \nabla \cdot A \right) + j\omega \sigma A = J_s \quad (1)$$

Et pour le système tridimensionnel on a la formulation A-V:

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times A \right) - \nabla \left( \frac{1}{\mu} \nabla \cdot A \right) + j\omega \sigma (A + \nabla V) = J_s \quad (2)$$

$$\nabla \cdot (-j\omega \sigma (A + \nabla V)) = 0 \quad (3)$$

Le théorème de Green-Ostrogradsky, permet d'écrire :

Axisymétrique

$$-\nabla \cdot \left( \frac{1}{\mu} \nabla A \right) + j\omega \sigma A = J_s \quad (4)$$

Et le cas tridimensionnel

$$-\nabla \cdot \left( \frac{1}{\mu} \nabla A \right) + j\omega \sigma (A + \nabla V) = J_s \quad (5)$$

$J_s$  est la densité du courant source,  $\mu$  est la perméabilité magnétique et  $\sigma$  la conductivité électrique.  $A$  est le potentiel vecteur magnétique et  $V$  est le potentiel scalaire électrique.

### B. Mise en œuvre de la MVF

Le principe de la méthode des volumes finis (MVF) est

basé sur le calcul de la forme intégrale de l'équation aux dérivées partielles (EDP) électromagnétique. Le modèle géométrique ainsi que le maillage sont réalisés à l'aide du mailleur GMSH, c'est un logiciel « open source ».

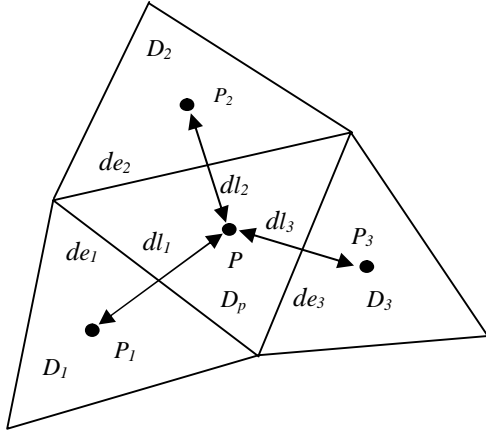


Fig.1. Schéma du maillage triangulaire

La Fig.1 représente le schéma du maillage triangulaire. Le volume élémentaire  $D_p$  est caractérisé par : le nœud principal  $P$ , trois arrêtes  $d_{e1}$ ,  $d_{e2}$  et  $d_{e3}$ , et trois volumes voisins  $D_1$ ,  $D_2$  et  $D_3$ .

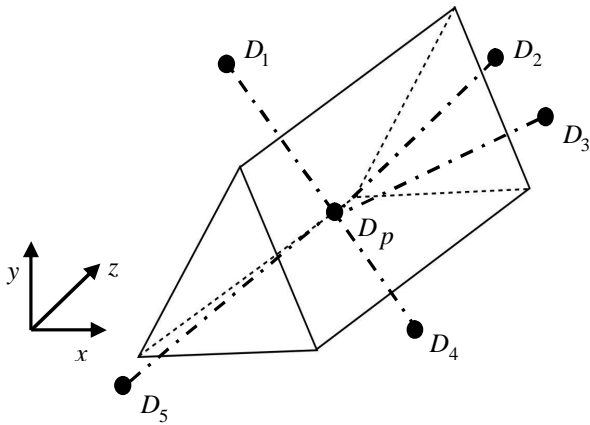


Fig.2. Schéma du maillage prismatique

Dans la Fig.2 chaque élément de volume  $D_p$  est caractérisé par cinq facettes  $f_i$  ( $i=1:5$ ), cinq voisins  $D_i$  ( $i=1:5$ ). L'intégration de l'équation (3, 4, 5) dans le volume élémentaire  $D_p$  est :

$$-\iint_{S_\Delta} \nabla \cdot \left( \frac{1}{\mu} \nabla A \right) ds + \iint_{S_\Delta} jw\sigma A ds = \iint_{S_\Delta} J_s ds \quad (6)$$

$$-\iint_{\Omega} \nabla \cdot \left( \frac{1}{\mu} \nabla A \right) d\Omega + \iint_{\Omega} (jw\sigma (A + \nabla V)) d\Omega = \iint_{\Omega} J_s d\Omega \quad (7)$$

$$\iint_{\Omega} \nabla \cdot (-jw\sigma (A + \nabla V)) d\Omega = 0 \quad (8)$$

Après intégration, on obtient l'équation algébrique suivante :  
Cas axisymétrique

$$A_p = \frac{1}{C_p} (C_1 A_1 + C_2 A_2 + C_3 A_3 + C_s) \quad (9)$$

Tels que :

$$C_1 = \frac{S_1}{\mu_1 dl_1 \sin(de_1, dl_1)}$$

$$C_2 = \frac{S_2}{\mu_2 dl_2 \sin(de_2, dl_2)}$$

$$C_3 = \frac{S_3}{\mu_3 dl_3 \sin(de_3, dl_3)} \quad (10)$$

$$C_s = S_\Delta J_s$$

$$C_4 = jw\sigma S_\Delta$$

$$C_p = C_1 + C_2 + C_3 + C_4$$

Et pour le cas 3D :

$$A_{xp} = \frac{1}{C_p} \left( \sum_{i=1}^5 C_i A_{xi} - C_6 \frac{V_{x2} - V_{x1}}{dx} + C_{xs} \right)$$

$$A_{yp} = \frac{1}{C_p} \left( \sum_{i=1}^5 C_i A_{yi} - C_6 \frac{V_{y2} - V_{y1}}{dy} + C_{ys} \right) \quad (11)$$

$$A_{zp} = \frac{1}{C_p} \left( \sum_{i=1}^5 C_i A_{zi} - C_6 \frac{V_{z2} - V_{z1}}{dz} + C_{zs} \right)$$

$$V_p = \frac{1}{B_p} \left( \sum_{i=1}^5 B_i V_i + \sum_{i=1}^5 G_i \right)$$

### III. APPLICATION

#### A. Description du problème

Tableau 1. Dimensions du problème test (mm)

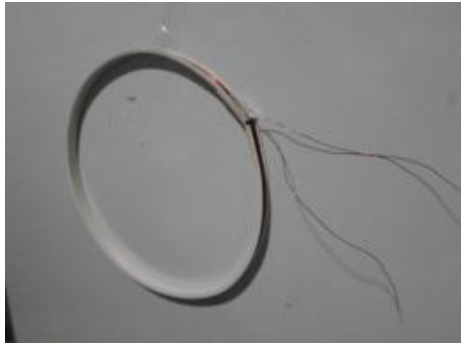
|              |                              |       |
|--------------|------------------------------|-------|
| Tube d'Acier | diamètre extérieur ( $r_2$ ) | 109.3 |
|              | diamètre intérieur ( $r_1$ ) | 100.8 |
|              | largeur                      | 160   |
| Capteur      | diamètre extérieur ( $r_4$ ) | 111.1 |
|              | diamètre intérieur ( $r_3$ ) | 110   |
|              | Largeur (l)                  | 7.7   |
| Lift-off     |                              | 0.7   |

Le problème traité est représenté dans la Fig.3. Il est constitué d'un tube d'Acier et d'un capteur encerclant réalisé au sein du laboratoire.

Les dimensions des différents éléments constituant le problème test (capteur et tube) sont montrées dans le Tableau I. A travers ce système nous cherchons à déterminer la perméabilité magnétique du tube après avoir déterminé la conductivité électrique par la DCPD.



(a)



(b)

Fig.3. Description du problème de test,  
(a) Tube d'Acier avec capteur encerclant  
(b) Le capteur réalisé

## B. Modélisation du problème

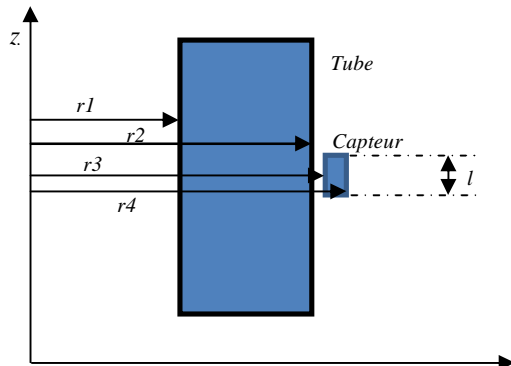


Fig.4. Modèle géométrique du problème

Vu la symétrie qu'il présente, l'étude de tel dispositif peut être menée en axisymétrique (Fig.4). La modélisation est procédée par un solveur volume finis axisymétrique, basé sur la formulation en potentiel A et associée au logiciel de maillage GMSH.

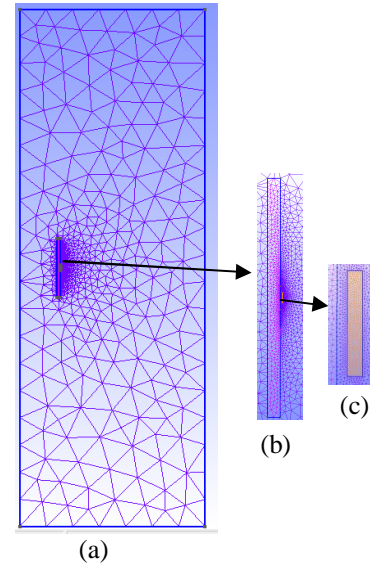


Fig.5. Maillage GMSH du problème  
(a) Domaine d'étude, (b) Tube, (c) Capteur

La Fig.5 et Fig.6 illustre le maillage GMSH du modèle géométrique du problème test. Les données du maillage généré par GMSH sont exportées vers Matlab afin de l'exploitées par le solveur volume finis.

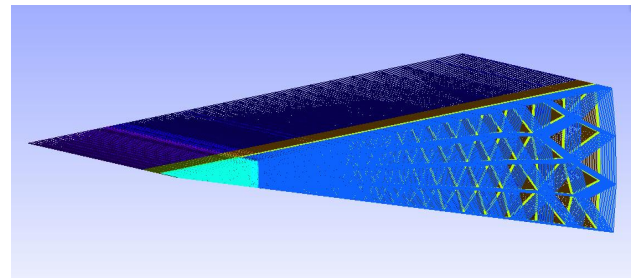


Fig.6. Maillage 3D du problème tube-capteur généré par GMSH

L'impédance de la bobine peut être calculée par la loi de Faraday et le théorème de Stokes :

$$Z = \frac{-j\omega \oint A \cdot dl}{\int_{\Omega} J_{s\varphi} d\Omega} \quad (12)$$

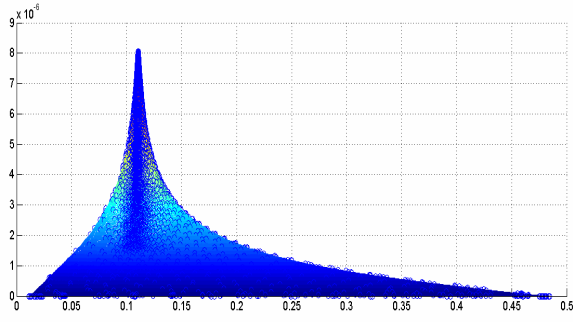


Fig.7. Distribution du potentiel à vide

Le potentiel vecteur magnétique à vide (sans tube d'Acier) est représenté dans la Fig.7.

#### IV. SOLUTION DU PROBLEME INVERSE

Le modèle direct a été inversé via l'algorithme de la Fig.7, en utilisant une méthode d'optimisation de type simplex (Nelder et Mead) en vue de trouver la perméabilité magnétique.

Dans l'algorithme d'inversion, on commence par l'introduction des données géométriques, ensuite on propose une valeur initiale de la perméabilité, puis on itère l'équation (9) jusqu'à l'obtention de l'impédance calculée ( $Z_c$ ), cette valeur est comparée avec celle mesurée ( $Z_m$ ). La fonction objective ( $fval$ ) est évaluée en fonction de  $Z_c$  et  $Z_m$  :

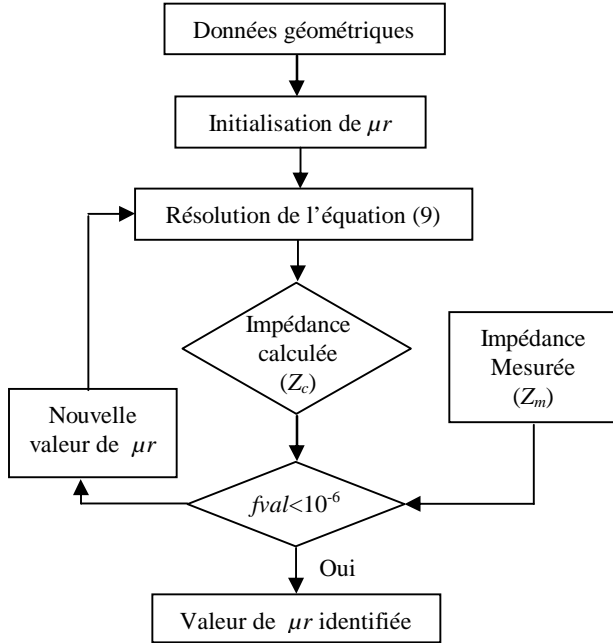


Fig.8. Algorithme d'inversion

$$fval = \sqrt{\left(1 - \frac{RN_c}{RN_m}\right)^2 + \left(1 - \frac{XN_c}{XN_m}\right)^2} \quad (13)$$

$$RN_c = \frac{R_{cp} - R_{c0}}{X_{c0}}$$

$$RN_m = \frac{R_{mp} - R_{m0}}{X_{m0}} \quad (14)$$

$$XN_c = \frac{X_{cp}}{X_{c0}}$$

$$XN_m = \frac{X_{mp}}{X_{m0}}$$

$X_{c0}$ ,  $X_{cp}$ ,  $R_{c0}$ ,  $R_{cp}$  sont respectivement la réactance à vide, la réactance en charge (tube d'Acier), et résistance à vide, la résistance en charge calculées du capteur,  $X_{m0}$ ,  $X_{mp}$ ,  $R_{m0}$ ,  $R_{mp}$  sont respectivement la réactance à vide, la réactance en charge (tube d'Acier), et résistance à vide, la résistance en charge mesurées du capteur. Si  $fval$  est inférieure à la précision prédéterminée, le processus de calcul est stoppé et la valeur finale de la perméabilité magnétique est maintenue. Après résolution, nous avons obtenu la valeur perméabilité magnétique relative  $\mu_r = 40$ . On note que la conductivité électrique a été mesurée par la méthode DCPD comme montré sur la Fig.8, soit  $\sigma = 2.38E6$  S/m.

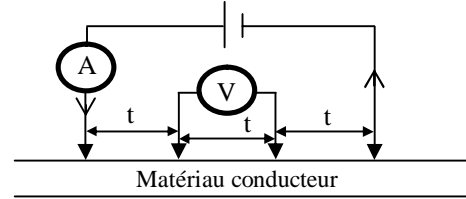


Fig.9. La méthode DCPD

La distribution du potentiel vecteur magnétique en charge est illustrée dans la Fig.10.

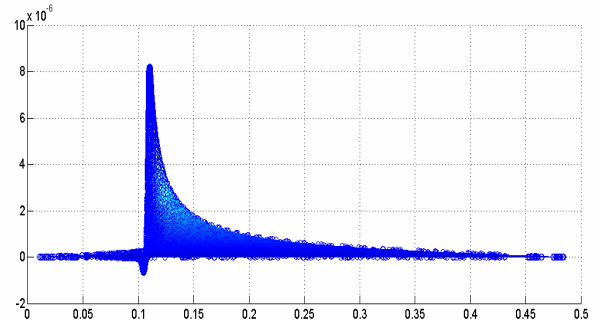


Fig.10. Potentiel vecteur magnétique en charge

## V. VERIFICATION DES RESULTATS

Le Tableau II et Tableau III montrent les résultats calculés et expérimentaux 2D et 3D successivement.

Tableau II. Différentes valeurs de la variation de la résistance et la réactance en fonction de la fréquence (2D)

| $f(\text{kHz})$ | Mesure             |                    | Calcul             |                    |
|-----------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
|                 | $\Delta R(\Omega)$ | $\Delta X(\Omega)$ | $\Delta R(\Omega)$ | $\Delta X(\Omega)$ |
| 1               | 1.33               | 0.51               | 0.87               | 0.43               |
| 2               | 2.27               | 0.12               | 1.69               | 0.06               |
| 5               | 4.58               | 3.19               | 3.86               | 2.75               |
| 10.2            | 7.74               | 10.28              | 7.20               | 9.48               |

Tableau III. Différentes valeurs de la variation de la résistance et la réactance en fonction de la fréquence (3D)

| $f(\text{kHz})$ | Mesure             |                    | Calcul             |                    |
|-----------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
|                 | $\Delta R(\Omega)$ | $\Delta X(\Omega)$ | $\Delta R(\Omega)$ | $\Delta X(\Omega)$ |
| 1               | 1.33               | 0.51               | 0.57               | 0.45               |
| 2               | 2.27               | 0.12               | 1.21               | 0.15               |
| 5               | 4.58               | 3.19               | 3.49               | 3.49               |

Tels que  $\Delta R$  et  $\Delta X$  sont respectivement la variation de la résistance et la variation de la réactance.

Pour mieux confronter nos résultats nous avons injecté les paramètres identifiés (conductivité et perméabilités) dans le modèle direct qui permet le calcul de la résistance et de la réactance du capteur en fonction de la fréquence. Nous avons comparé ces résultats aux mesures expérimentales Fig.11 et Fig.12.

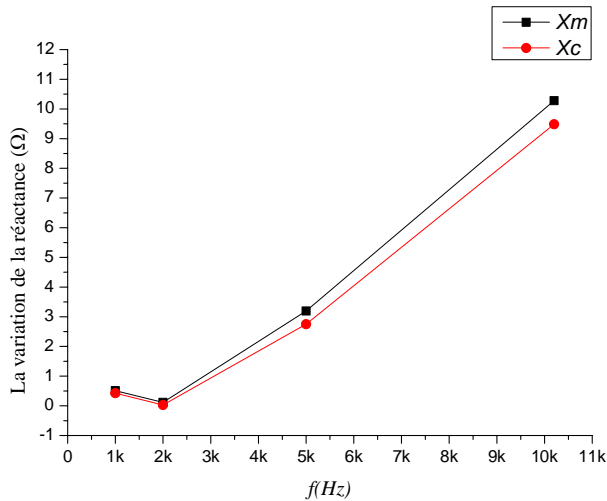


Fig.11. Variation de la réactance en fonction de la fréquence, Rc : calculée, Rm : mesurée

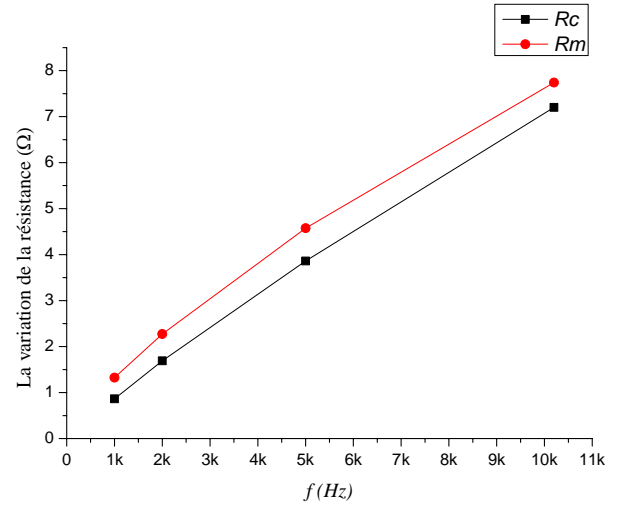


Fig.12. Variation de la résistance en fonction de la fréquence, Rc : calculée, Rm : mesurée

On remarque que les variations de la résistance et de la réactance sont presque identiques dans les deux cas 2D et 3D (Fig.13, Fig.14).

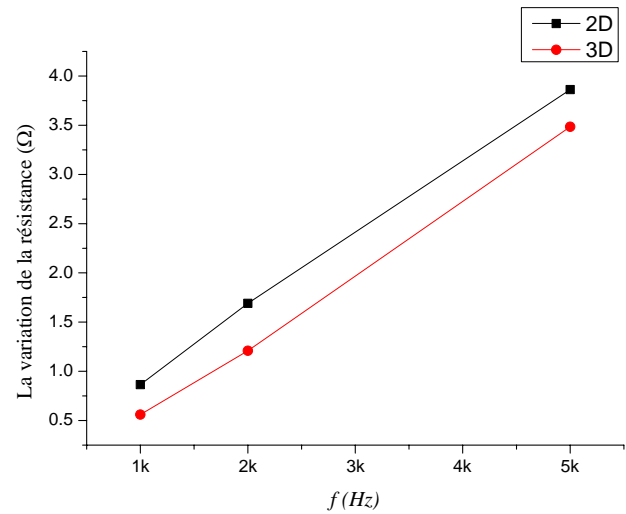


Fig.13. Comparaison entre les résultats numériques 2D et 3D relatifs aux variations de la résistance

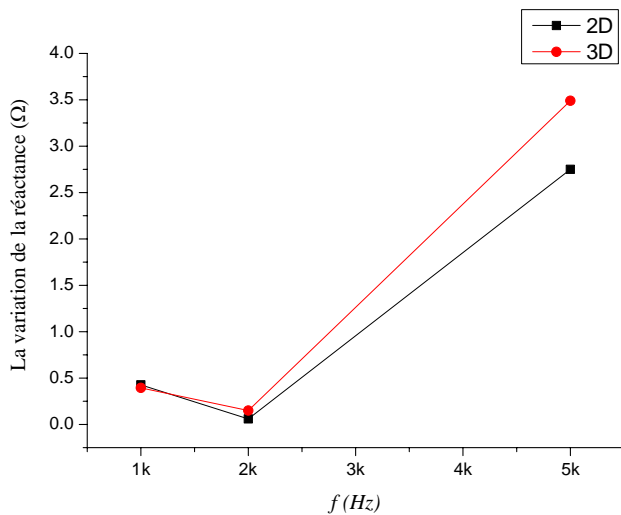


Fig.14. Comparaison entre les résultats numériques 2D et 3D relatifs aux variations de la résistance

## VI. CONCLUSION

Dans cet article, nous avons procédé à la caractérisation électromagnétique d'un tube d'Acier en utilisant un capteur inductif encerclant réalisé au sein du laboratoire. La conductivité électrique du tube est déterminée par la méthode DCPD et la perméabilité magnétique par la méthode électromagnétique, respectivement. La bonne concordance entre les valeurs mesurées et les valeurs calculées de l'impédance du capteur montrent la validité des paramètres du tube. Aussi la comparaison entre les résultats 2D et 3D sont presque identiques.

## VII. REFERENCES

- [1] Bachir Maouche, Rezak Alkama, Mouloud Feliachi, "Semi-analytical calculation of the impedance of a differential sensor for eddy current non-destructive testing", NDT & E International, Elsevier 42 (2009) 573– 580.
- [2] M'hemed Racheq, Mouloud Feliachi, "3-D movement simulation techniques using FE methods: Application to eddy current non-destructive testing", NDT & E International, Elsevier, Volume 40, Issue 1, pp 35-42, January 2007.
- [3] A. Cheriet, M. Feliachi, S. M. Mimoune, "3-D movement simulation technique in FVM method application to eddy current not-destructive testing", COMPEL journal, Vol. 28, No. 1, pp. 77-84, Jan. 2009.
- [4] Nicola Bowler, Senior Member, IEEE, and Yongqiang Huang, Student Member, IEEE, "Model-Based Characterization of Homogeneous Metal Plates by Four-Point Alternating Current Potential Drop Measurements", IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 41, NO. 6, JUNE 2005
- [5] Nicola Bowler, "Theory of four-point alternating current potential drop measurements on a metal half-space", JOURNAL OF PHYSICS D: APPLIED PHYSICS. 39 (2006) 584–589.
- [6] A. Cheriet, M. Feliachi, A. Lakhdari, "Dynamic characteristic of eddy current-driven electromechanical device using FVM method", ELECTRIMACS 2011, 6-8th June 2011, Cergy-pontoise, France.
- [7] S. Bensaid, D. Trichet, and J. Fouladgar, "Electrical Conductivity Identification of Composite Materials Using a 3-D Anisotropic Shell Element Model", IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 45, NO. 3, MARCH 2009.

- [8] A. Cheriet, M. Feliachi, S. M. Mimoune, "3-D movement simulation technique in FVM method application to eddy current not-destructive testing", COMPEL journal, Vol. 28, No. 1, pp. 77-84, Jan. 2009.
- [9] Abd Elhamid Mabrouk, Ahmed Cheriet, Mouloud Feliachi, "Fuzzy logic control of electrodynamic levitation devices coupled to dynamic finite volume method analysis", Applied Mathematical Modelling, 37 (2013) 5951–5961.
- [10] Ala-Eddine Lakhdari, Ahmed Cheriet, Mouloud Feliachi, Yue Li, "Estimation of a Hidden Crack Position Using the FVM Skin Effect Analysis", ISEM 2011 15th International Symposium on Applied Electromagnetics and Mechanics 6-9 September 2011, Napoli, Italy.
- [11] Christophe Geuzaine, Meshing software, [www.geuz.org/gmsh](http://www.geuz.org/gmsh).